

LES FRÈRES COSSERAT BRÈVE INTRODUCTION À LEUR VIE ET À LEURS TRAVAUX EN MÉCANIQUE

par

Maurizio BROCATO & Konstantinos CHATZIS

1. Introduction

Le 28 janvier de l'année 1864, Benoît-Paul-Émile Clapeyron (né en 1799) s'éteint à Paris. Frappé par la mort de son ami, Gabriel Lamé (1795-1870), autre grand polytechnicien-savant du XIX^e siècle⁽¹⁾, fait aussitôt paraître une petite brochure pour rendre hommage à son camarade de l'École polytechnique. Dans ce texte de facture plutôt rare dans les cénacles scientifiques car aux accents très personnels, Lamé livre les « secrets » d'un couple qui avait publié dans les années 1820 et 1830, sous la double signature « Lamé-Clapeyron », une série de contributions décisives relatives aux sciences et à l'art de l'ingénieur⁽²⁾. Beau

1. Sur la figure du polytechnicien-savant au XIX^e siècle, voir Bruno Belhoste et Konstantinos Chatzis, « *From technical corps to technocratic power : French state engineers and their professional and cultural universe in the first half of the 19th century* », *History and technology*, vol. 23, n° 3, 2007, p. 209-225 (p. 219-221, en particulier).

2. Voir, par exemple : Stephen P. Timoshenko, *History of strength of materials*, New York, McGraw-Hill, 1953, p. 84, 94 et 114-117 ; K. Chatzis, « La statique graphique : heurs et malheurs d'une science d'application », in Dominique Tournès (éd.), *Histoire du calcul graphique et grapho-mécanique*, Paris, Cassini (à paraître). Rappelons au lecteur que publier à plusieurs était une pratique rare tout au long

joueur, Lamé attribue alors à son collaborateur disparu le premier rôle dans l'élaboration de leur œuvre commune sur la théorie de l'élasticité des corps solides.

« S'il s'agissait [...] de rechercher la part que chacun des deux collaborateurs a pu apporter dans ce travail commun, il suffirait de comparer leurs travaux subséquents et séparés. On se convaincrait facilement que l'idée mère, que la pensée qu'il y avait là une théorie générale à créer, n'a pu venir qu'à Clapeyron, qui, depuis, a manifesté tant de fois, et à un si haut degré, sa faculté d'invention pour tout ce qui concerne la Mécanique ; tandis que l'autre n'a plus rien imaginé de bien nouveau en pareille matière, et s'est occupé d'autres sujets. »⁽³⁾

Et à Lamé de continuer de peindre le tableau de deux collaborateurs aux personnalités différentes : « Clapeyron possède une qualité excessivement rare qui le résume en quelque sorte. Je ne connais personne qui, sur une question relative à la Mécanique ou à ses applications, puisse émettre plus promptement que lui un jugement, une opinion, une solution immédiate, dont on constate ensuite la parfaite exactitude. »⁽⁴⁾ Quel contraste avec l'image que Lamé se fait de lui : « Je l'avouerai, cette manière d'émettre une opinion, tranchée en apparence, et juste au fond, a bien des fois piqué... plus que ma curiosité. J'examinais donc avec soin la question si vite jugée. Mais, n'ayant par moi-même rien de primesautier, c'est à grand renfort de temps, d'étude, de longues réflexions, que j'arrivais enfin à la solution rigoureuse. J'étais alors forcé de reconnaître que Clapeyron avait raison, toujours ! [...] J'aurais pourtant bien voulu le trouver en faute, n'eût-ce été qu'une fois. J'ai dû renoncer à la lutte. »⁽⁵⁾

Pourquoi une telle référence au tandem « Lamé-Clapeyron » dans un texte qui porte sur les frères Eugène et François Cosserat ? Il y plusieurs

du XIX^e siècle. Ainsi les articles écrits en collaboration ne constituaient environ que 2% de la production savante en 1800 et autour de 7% en 1900 (voir Yves Gingras, « Les formes spécifiques de l'internationalité du champ scientifique », *Actes de la recherche en sciences sociales*, n° 141-142, mars 2002, p. 31-45 (p. 32, pour les pourcentages)).

3. Gabriel Lamé, *Notice sur E. Clapeyron*, Paris, Imprimerie de Gauthier-Villars, 1864, p. 4.

4. *Ibid.*, p. 6.

5. *Ibid.*, p. 7.

raisons à cela. Tout d'abord, comme on le verra par la suite, l'œuvre de Cosserat en mécanique s'inscrit dans une tradition scientifique – la physique mathématique – qui compte Lamé parmi ses figures tutélaires. Eugène exprimera, par ailleurs, publiquement l'admiration que lui inspirait la production de ce dernier⁽⁶⁾. Mais la raison principale est autre. L'œuvre de deux frères en mécanique est enveloppée aussi d'un halo de mystère, assez similaire à celui qui intriguait les contemporains de Lamé et de Clapeyron, quant à la part respective de chaque auteur dans la construction d'un édifice bâti à deux. Mystère que le Président de la Société mathématique de France Ernest Vessiot énonçait dans des termes explicites dans son discours prononcé aux obsèques de François Cosserat en 1914 :

« Il serait indiscret et téméraire de chercher ce que cette collaboration, dont le mystère même est touchant, a dû à l'un et à l'autre des deux frères ; de chercher auquel revient plus particulièrement telle ou telle des qualités par lesquelles se distinguent ces productions : l'ingéniosité et l'élégance géométriques, l'habileté analytique, la profondeur des idées directrices, et leur puissance d'adaptation aux applications mécaniques et physiques. Bornons-nous à constater combien elle fut féconde, et à la saluer respectueusement, à l'heure où la mort est venue la rompre, avant qu'elle ait porté tous les fruits qu'on en pouvait attendre. »⁽⁷⁾

Le présent texte n'a pas comme ambition première de dissiper ce mystère, même si, à la lumière de l'œuvre qu'Eugène a produite seul après le décès de François, on peut raisonnablement faire l'hypothèse qu'au sein de la partition « mécanicienne » écrite par la fratrie « Cosserat », c'est François qui a occupé la place tenue jadis par Clapeyron dans le couple qu'il formait avec Lamé⁽⁸⁾. Notre objectif

6. Adolphe Buhl, « Eugène Cosserat », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 3^e série, t. 23, 1931, p. v-viii (p. vi).

7. Discours prononcé par le Président de la Société mathématique de France (SMF) aux obsèques de F. Cosserat (séance du 25 mars 1914), *Bulletin de la SMF*, t. 42, 1914, p. 39-41 (supplément spécial, p. 40, pour la citation).

8. En effet, Eugène n'a rien publié à titre personnel dans le domaine de la mécanique après la mort de son frère François. La thèse de Jacques R. Lévy, selon laquelle en matière de mécanique « *François was the main participant in tests on synthesis and philosophical concepts, the mathematical framework of the research*

central est autre : placer la production des frères Cosserat en mécanique, dont leur pièce maîtresse, *Théorie des corps déformables*, fait l'objet de la présente réédition⁽⁹⁾, dans la trajectoire des deux auteurs et dans le contexte de leur époque. On s'attachera aussi à esquisser une histoire de la réception de leur œuvre en mécanique depuis la disparition de l'un des deux protagonistes, au moment où la violence de la Grande Guerre commence à se déchaîner sur l'Europe, jusqu'aux années 1960, époque à partir de laquelle plusieurs mécaniciens contemporains dont le nombre ira croissant avec le temps s'emparent des travaux de deux frères sur la théorie de l'élasticité.

Commençons donc par nous familiariser avec la vie et la production scientifique des deux frères, avant d'aborder leurs contributions en mécanique, la partie de leur oeuvre qui a assurément le plus impressionnée à la fois les contemporains des Cosserat et les lecteurs postérieurs de leurs travaux.

2. La vie et la production scientifique des frères Cosserat

D'après l'un des biographes d'Eugène, les Cosserat sont issus d'un milieu appartenant à la bourgeoisie moyenne⁽¹⁰⁾. Leur père, François-Constant, entrepreneur installé à Amiens, a eu la chance de voir ses trois fils poursuivre des études brillantes dans les deux établissements français les plus réputés, et difficiles d'accès, de l'époque : l'École polytechnique et l'École normale supérieure. C'est François-Nicolas, l'aîné des trois frères, né le 26 octobre 1852, qui ouvre le bal en intégrant

being furnished by Eugène », paraît donc plausible (Jacques R. Lévy, « Cosserat, Eugène Maurice Pierre », *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 3, New York, Charles Scribner's Sons, 1970-80, p. 428-429 (p. 428, pour la citation). C'est la thèse également de Jean-François Pommaret, « François Cosserat et le secret de la théorie mathématique de l'élasticité », *Annales des ponts et chaussées*, nouvelle série, n° 82, 1997, p. 59-66 (p. 61, en particulier).

9. Dans la suite du texte on fera référence à cette ouvrage par l'acronyme TCD.

10. Louis Montangerand, « Eloge de E. Cosserat, lu à la séance du 30 juin 1932 de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse », *Annales de l'Observatoire de Toulouse*, 10, 1933, p. xx-xxx (p. xx, en particulier).

l'École polytechnique en 1870, vingt-sixième sur le nombre des admis de cette année⁽¹¹⁾. Les deux autres frères suivront son exemple. Lucien-Constant, né en 1856, réussit aussi le concours d'admission à l'École polytechnique en 1875 ; il meurt relativement jeune, en 1897, alors qu'il travaillait pour le compte de la Compagnie des chemins de fer de l'Ouest. Le cadet Eugène (Maurice-Pierre), né le 4 mars 1866, intègre aussi en 1883 l'École polytechnique mais, étant admis en même temps à l'École normale supérieure, il opte finalement pour cette dernière.

François et Eugène intègrent leurs établissements de formation respectifs à une époque où s'effectue entre ces deux écoles une sorte de passage de relais. Après avoir fourni pendant longtemps à la France un nombre impressionnant de savants de tout premier ordre, l'École polytechnique, à partir du troisième tiers du XIX^e siècle, tout en continuant à prodiguer à ses élèves un enseignement de haut niveau, surtout en mathématiques, abandonne progressivement sa vocation scientifique pour se voir de plus en plus comme un lieu central, sinon exclusif, de production des élites administratives et économiques du pays⁽¹²⁾. Il laisse alors un vide dans le paysage des sciences au sein de l'Hexagone, que l'École normale, sous la direction de Pasteur entre 1857-1867 notamment, s'empresse d'occuper⁽¹³⁾. La trajectoire professionnelle de deux frères reflète bien ces transformations.

11. Pour la reconstitution des études et de la carrière de François Cosserat, nous avons principalement puisé dans les documents suivants : *Registre matricule des élèves* (n° 2 : 1863-1906) (MS 3274) et Fichier « Richard », tous les deux conservés aux Archives de l'École nationale des ponts et chaussées.

12. K. Chatzis, « *Coping with the Second industrial revolution : fragmentation of the French engineering education system, 1870s to the present* », *Engineering studies*, vol. 1, n° 2 (à paraître en 2009).

13. Sur l'École polytechnique pendant le premier siècle de son existence, l'ouvrage de référence est désormais Bruno Belhoste, *La formation d'une technocratie. L'École polytechnique et ses élèves de la Révolution au Second Empire*, Paris, Belin, 2003. Sur l'enseignement dispensé à l'École polytechnique, voir aussi l'ouvrage collectif Bruno Belhoste, Amy Dahan Dalmedico et Antoine Picon (dir.), *La formation polytechnicienne, 1794-1994*, Paris, Dunod, 1994. Sur la transformation de l'École normale supérieure en lieu de production de futurs scientifiques français, voir Craig Zwerling, *The emergence of the École normale supérieure as a center of scientific education in nineteenth-century France*, New York et Londres, Garland Publishing Inc., 1990.

François occupera des fonctions de haut « cadre » dans le privé. À l'École polytechnique, il se montre suffisamment assidu pour obtenir un classement de sortie qui lui permet de poursuivre ses études dans l'une des écoles d'application les plus cotées de l'École polytechnique (au classement de sortie, en 1872, il figure, en effet, en vingtième position sur 141 élèves). Avec dix-sept autres polytechniciens, François opte pour l'École des ponts et chaussées afin de s'initier au métier d'ingénieur d'État spécialisé dans le génie civil⁽¹⁴⁾. Il sort de cet établissement trois ans plus tard, en 1875, neuvième de sa promotion, et comme beaucoup de ses camarades de l'époque, après avoir travaillé pour le compte de l'Administration des ponts et chaussées pendant une dizaine d'années, il décide de « pantoufler » pour mettre ses compétences au service du secteur privé, les chemins de fer plus précisément⁽¹⁵⁾. Il se fait embaucher alors le 1^{er} février 1884 par la Compagnie des chemins de fer de l'Est, au sein de laquelle se déroule sa carrière jusqu'à sa mort, qui le surprend la soixantaine à peine passée, en 1914, au poste d'ingénieur en chef⁽¹⁶⁾. Tout en menant une carrière professionnelle d'ingénieur des chemins de fer, François connaîtra également, on le verra, une vie intense de savant, en compagnie de son frère Eugène. En 1913, à une époque où les normaliens ont nettement surclassé les polytechniciens au sein de la communauté des mathématiciens français, François n'en accède pas moins à la présidence de la Société mathématique de France, après en avoir été son vice-président l'année précédente⁽¹⁷⁾.

14. Sur l'École des ponts et chaussées à cette époque, voir K. Chatzis, « *Die älteste Bauingenieurschule der Welt – die École des Ponts et Chaussées (1747-1997)* », *Bautechnik Spezial*, 1998, p. 26-42.

15. En 1884, 19% des membres du corps des ponts et chaussées sont en « congé » dans le secteur privé (dont 72% dans le seul secteur des chemins de fer). En 1900 et 1910 ces pourcentages sont 23% (74% dans les chemins de fer) et 17% (79%) respectivement. Voir K. Chatzis et Georges Ribeill, « L'espace des carrières des ingénieurs de l'Équipement dans le public et le privé (1800-2000) », *Revue française d'administration publique*, n° 116, 2005, p. 651-670 (p. 656).

16. Sur ces deux compagnies, voir François Caron, *Histoire des chemins de fer en France*, t. 1 : « 1740-1883 » ; t. 2 : « 1883-1937 », Paris, Fayard, 1997 et 2005.

17. Sur la Société mathématique de France, fondée en 1872, voir Hélène Gispert *et al.*, « La France mathématique. La Société mathématique de France (1870-1914) », *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, n° 34, 1991. Alors que les polytechniciens constituaient 58% des effectifs de la Société en 1874, ils ne forment que

Eugène fera, quant à lui, une carrière typique pour un normalien de la lecture « sciences » de l'époque. Après avoir été d'abord un élève quelque peu dissipé, il se réveille durant les dernières années du lycée⁽¹⁸⁾. Il entre alors à l'École normale supérieure en 1883, c'est-à-dire assez jeune. À l'École normale il croise, comme camarades, certains des plus grands mathématiciens de sa génération dont Jacques Hadamard (1865-1963) et Paul Painlevé (1863-1933), et, comme maîtres, plusieurs étoiles déjà installées ou montantes de la scène mathématique française dont Gaston Darboux (1842-1917), Paul Appell (1855-1930) ou Gabriel Koenigs (1858-1931)⁽¹⁹⁾. Lui aussi est loin d'être dépourvu de talent mathématique. Trois ans après son admission à l'École normale, il passe, en 1886, comme il se doit, l'« agrégation » en mathématiques – il sera même reçu deuxième –, épreuve nationale qui lui permet, conformément à la vocation originelle de son *alma mater*, de devenir professeur du secondaire. Mais, comme beaucoup de normaliens de l'époque, il y reste très peu de temps. Toujours en 1886, après un court passage au lycée de Rennes, il est embauché comme aide-astronome à l'Observatoire de Toulouse, ville où il s'installe jusqu'à sa mort, survenue le 31 mai 1931. Les liens entre Toulouse et Eugène s'intensifient très vite, car en 1888, le jeune normalien est chargé d'un « cours complémentaire de mathématiques » à la Faculté des sciences de la ville. En 1889, il devient Docteur ès sciences mathématiques grâce à une thèse intitulée « Sur le cercle considéré comme élément générateur de l'espace »⁽²⁰⁾, soutenue devant un jury composé justement par Darboux, Appell et Koenigs⁽²¹⁾.

29% de sa population en 1914 ; les pourcentages correspondants pour les normaliens sont 14% et 35% respectivement (*in ibid.*, p. 166).

18. L. Montangerand, « Eloge de E. Cosserat... », *op. cit.*, p. xx.

19. Sur l'École normale à l'époque où Eugène est étudiant, voir surtout : Vladimir Maz'ya et Tatyana Shaposhnikova, *Jacques Hadamard, un mathématicien universel*, Les Ulis, EDP Sciences, 2005.

20. E. Cosserat, « Sur le cercle considéré comme élément générateur de l'espace », Paris, *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 1^{re} série, t. 3, 1889, p. E1-E81.

21. Voici comment un des biographes d'Eugène décrit le travail de thèse de ce dernier : « Dès 1866, Plücker, le premier, conçoit une Géométrie dont l'élément constitutif de l'espace serait, non le point mais la ligne droite, conception poursuivie, après Plücker, par Appell, Koenigs, M. E. Picard et autres. Pour Cosserat, continuant les travaux publiés en 1869 par A. Enneper, l'élément générateur de l'espace serait, non plus la ligne droite, mais le cercle, et il obtient dans l'étude

Dans le court rapport rédigé par Darboux, on peut lire les lignes suivantes : « Le sujet choisi par M. Cosserat étant extrêmement étendu et à peine exploré, le jeune maître de conférence n'a fait qu'en commencer l'étude, mais son travail est assez intéressant et contient assez de résultats nouveaux pour qu'il me soit permis de conclure à l'approbation de la Faculté. »⁽²²⁾ Outre la géométrie infinitésimale, spécialité de Darboux, le jeune Eugène s'intéresse également aux congruences et aux complexes ainsi qu'à la géométrie cinématique⁽²³⁾. L'année où il est consacré docteur, il devient aussi astronome-adjoint à l'Observatoire de Toulouse, et quelques années plus tard, en 1895, il est chargé d'un cours de calcul différentiel et intégral à la Faculté des sciences de Toulouse⁽²⁴⁾ ; nommé professeur dans cette matière en 1896, il conserve ce professorat jusqu'en 1908 pour prendre alors les titres de professeur d'astronomie et de directeur de l'Observatoire de Toulouse.

En 1896, un événement important va se produire dans la carrière d'Eugène. Il se met alors à travailler en collaboration avec François sur le thème de l'élasticité d'abord, sur des questions plus générales touchant aux fondements de la mécanique et de la théorie physique par la suite. Cette collaboration est intense ; si Eugène poursuit pendant un

des propriétés infinitésimales de l'espace cerclé ainsi considéré, des résultats, entre autres, analogues à ceux de Koenigs pour l'espace réglé » (L. Montangerand, « Eloge de E. Cosserat... », *op. cit.*, p. xxiii). On trouve une présentation des travaux mathématiques de Eugène Cosserat dans la Notice qu'il a rédigée au moment de sa candidature à la succession de Benjamin Baillaud (1848-1934) au poste de directeur de l'Observatoire de Toulouse. Voir E. Cosserat, *Notice sur les travaux scientifiques de M. Eugène Cosserat*, Toulouse, Imprimerie et Librairie E. Privat, 1908.

22. Rapport de Darboux daté du 4 décembre 1888 sur la thèse de E. Cosserat, reproduit dans H. Gispert *et al.*, « La France mathématique... », *op. cit.*, p. 343.

23. Sur ces branches de la Géométrie, voir le classique Julian Lowell Coolidge, *A history of geometrical methods*, New York, Dover publications, 2003 (1^{re} éd. : 1940). Sur la production mathématique dans la France de l'époque, voir H. Gispert *et al.*, « La France mathématique... », *op. cit.*, p. 73-111.

24. Sur l'Université de Toulouse à l'époque où Eugène Cosserat est enseignant, voir : John M. Burney, *Toulouse et son Université. Facultés et étudiants dans la France provinciale du 19^e siècle*, Paris, Editions du CNRS ; Toulouse, Presses universitaires du MIRA, 1988. Sur la vie scientifique française en province dont à Toulouse, voir le classique Mary Jo Nye, *Science in the provinces : scientific communities and provincial leadership in France, 1860-1930*, Berkeley, University of California Press, 1986.

premier temps ses recherches personnelles en géométrie, il travaille de plus en plus dans les années 1900 avec son frère sur des questions de mécanique. La mort de François met fin à cette collaboration et, du même coup, à la carrière « mécanique » d'Eugène. Directeur, nous l'avons vu, depuis 1908 de l'Observatoire de Toulouse, Eugène consacre son énergie à l'administration de l'établissement et à la direction des différents travaux qui s'y développent, particulièrement ceux qui se rapportent à l'exécution et à la publication du Catalogue et de la Carte photographique du Ciel. Pour ses travaux, Eugène est élu correspondant pour la section Géométrie, le 19 juin 1911, en remplacement de Charles Méray (1835-1911), et membre non résident de l'Académie des sciences, le 31 mars 1919, en remplacement de Henry Bazin (1829-1917) ⁽²⁵⁾.

En tant que membre à la fois de l'Observatoire et de l'Université de la ville de Toulouse, Eugène prend une part très active au fonctionnement de ces deux institutions. En 1887 paraît le premier tome des *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, et deux ans plus tard, en 1889, Eugène figure dans le premier comité de rédaction du journal, à côté du doyen Legoux, du chimiste Sabatier (prix Nobel de chimie en 1912), du physicien Destrem et des mathématiciens Andoyer et Stieltjes ⁽²⁶⁾. En 1896, Eugène commence à remplir les fonctions de secrétaire de la revue et sa participation aux travaux du périodique ne cessera qu'en 1930. Résidant loin de Paris, Eugène Cosserat n'a rien d'un provincial. Sa présence à Toulouse participera même à la transformation de cette ville en un centre d'importation en France des connaissances scientifiques élaborées en dehors des frontières de l'Hexagone, grâce notamment à sa participation aux *Annales*. Eugène est russophone, et pas le seul dans son entourage, qu'il soit professionnel ou familial. Son collègue de l'université Henri Frenkel (1864-1934), professeur à la Faculté de médecine, l'est aussi, et il en va de même du gendre de son frère

25. Pour la reconstitution de la carrière d'Eugène, nous nous sommes principalement appuyés sur les documents suivants : E. Cosserat, *Notice sur les travaux scientifiques...*, *op. cit.* ; A. Buhl, « Eugène Cosserat », *op. cit.* ; L. Montangerand, « Eloge de E. Cosserat... », *op. cit.*

26. Voir Jean Cassinet, « Coup d'œil sur les 25 premières années des Annales de la faculté des sciences de Toulouse (1887-1912) », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 5^e série, t. S10, 1989, p. 3-6 (p. 3).

François, le polytechnicien et ingénieur du génie maritime Edouard-Victor Davaux (1876-1950)⁽²⁷⁾. Eugène utilise alors les *Annales* pour faire paraître en français les travaux de plusieurs grands mathématiciens russes, traduits souvent par lui-même et les autres membres de ce petit groupe épris de la langue russe. Paraissent ainsi, en 1905 et en français, l'ensemble des travaux du mathématicien Karl Mikhailovich Peterson (1828-1881) sur les courbes, les surfaces et leurs déformations, travaux de géométrie différentielle liés aux questions de la théorie de l'élasticité⁽²⁸⁾. Un an plutôt, en 1904, les *Annales* publiaient, grâce à une traduction de Davaux cette fois, des articles du célèbre Alexandre Liapounoff (1857-1918), opération reproduite en 1907 pour d'autres travaux du mathématicien russe⁽²⁹⁾.

La connaissance qu'il avait du russe explique aussi les relations que le « clan » Cosserat a pu nouer avec le physicien Orest Danilovič Chwolson (Hvol'son, 1852-1934), auteur d'un traité monumental de physique, paru en français sous la traduction de Davaux, agrémentée de plusieurs additions et notes signées de la main des deux frères⁽³⁰⁾.

27. E. Davaux est sorti de l'École polytechnique en 1899, sixième sur 223 camarades de promotion.

28. K. M. Peterson, « Sur les relations et les affinités entre les surfaces courbes » (traduit du russe par E. Cosserat) et K. M. Peterson, « Sur les courbes tracées sur les surfaces » (traduit du russe par E. Cosserat et H. Frenkel), *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 2^e série, t. 7, 1905, p. 5-43 et 45-68, respectivement. D'autres textes de l'auteur russe ont paru dans le même recueil sous la traduction de Davaux.

29. Alexandre Liapounoff, « Sur la stabilité des figures ellipsoïdales d'équilibre d'un liquide animé d'un mouvement de rotation » (traduit du russe par E. Davaux), *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 2^e série, t. 6, 1904, p. 5-116; A. Liapounoff, « Problème général de la stabilité du mouvement » (traduit du russe par E. Davaux), *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 2^e série, t. 9, 1907, p. 203-474. Sur la réception de Liapounoff en France, voir Jean Mawhin, « *The early reception in France of the work of Poincaré and Lyapunov in the qualitative theory of differential equations* », *Philosophia Scientiae*, vol. 1, n° 4, 1996, p. 119-133.

30. Orest Danilovič Chwolson, *Traité de physique* (ouvrage traduit sur les éditions russe et allemande par E. Davaux, édition revue et considérablement augmentée par l'auteur, suivie de notes sur la physique théorique par E. et F. Cosserat, 5 volumes plus un supplément sur la physique de 1914 à 1926 traduite du russe par A. Corvisy), Paris, Librairie scientifique A. (puis de J.) Hermann, 1906-1928. Les deux frères vont produire notamment deux longues notes : E. et F. Cosserat, « Note sur la

Russophone, la famille Cosserat (Davaux y compris) ne néglige pas pour autant les autres langues et cultures scientifiques. Ainsi, François entreprend la traduction de l'anglais du célèbre ouvrage de Josiah Willard Gibbs (1839-1903) sur les principes de la mécanique statistique (1902), opération qui va aboutir du point de vue éditorial bien après sa mort puisque le livre ne sort en français qu'en 1926⁽³¹⁾. De

dynamique du point et du corps invariable » (1^{re} éd. en 1906), in O. D. Chwolson, *ibid.*, t. 1 : « Mécanique. États de la matière. Acoustique », (1908), p. 236-273 ; E. et F. Cosserat, « Note sur la théorie des corps déformables », in O. D. Chwolson, *ibid.*, t. 2 : « L'énergie rayonnante » (1909), p. 953-1173. Les Cosserat vont intervenir aussi de façon moins importante dans le 5^e tome de l'ouvrage de Chwolson, *ibid.*, consacré à la « nouvelle physique » et paru en 1914. Voir, par exemple : paragraphe « La notion d'action dans la dynamique de l'électron », p. 209-214 ; fin du paragraphe « Le principe de relativité dans la Mécanique newtonienne », p. 220-222 ; paragraphe « Les idées relativistes au point de vue mathématique », p. 258-261.

Le *Traité de physique* de Chwolson eu un impact important : en 1909, lors du 81^e Congrès des scientifiques et physiciens allemands de Salzbourg, il est cité par Albert Einstein comme un ouvrage excellent (voir A. Einstein, « *On the development of our views concerning the nature and constitution of radiation* », in John Stachel, Anna Beck et Peter Havas (éd.), *The Collected Papers of Albert Einstein*, vol. 2 *The Swiss Years : Writings, 1900-1909*, Princeton, Princeton University Press, 1989, Doc. 60, p. 379-394 (p. 379)). Pendant l'été 1918, préparant l'examen d'admission à l'École normale supérieure de Pise, Enrico Fermi en étudie la traduction française – qui vraisemblablement l'attira définitivement vers la physique – comme l'un des meilleurs textes de physique de son temps (voir : Luisa Bonolis, « *Enrico Fermi's scientific work* », in Carlo Bernardini et Luisa Bonolis (éd.), *Enrico Fermi : his work and legacy*, Bologna : Società Italiana di Fisica – Edizioni Scientifiche ; New York : Springer, 2004, p. 314-393 (p. 317). Emilio Segrè, « *Biographical introduction* », in James W. Cronin (éd.), *Fermi remembered*, Chicago et Londres, University of Chicago Press, 2004, p. 1-33 (p. 6) ; paru précédemment in E. Segrè (éd.), *Enrico Fermi : Collected Papers*, vol. 1, Chicago, University of Chicago Press, 1962, p. xvii-xlii).

31. Josiah Willard Gibbs, *Principes élémentaires de mécanique statistique*, trad. fr. de F. Cosserat, revue et complétée par J. Rossignol, avec une introduction de M. Brillouin, Paris, Librairie scientifique de J. Hermann, 1926. Marcel Brillouin (1854-1948) dans l'introduction écrite pour la traduction française donne les précisions suivantes : « Il a fallu qu'après la mort prématurée de l'infatigable travailleur qu'était F. Cosserat, son éditeur ordinaire, M. Hermann trouvât dans ses papiers une traduction manuscrite presque complète, pour que le projet de publication française prenne corps et aboutisse » (in *ibid.*, p. VII).

son côté, Davaux rend en français un classique de la littérature anglaise en matière de mécanique appliquée signé par John Perry (1850-1920), traduction que les deux frères augmentent avec une préface et quelques additions placées à la fin du premier tome de la traduction française⁽³²⁾. Remarquons que les Cosserat, alors qu'ils pratiquent une physique mathématique mobilisant de grandes doses de mathématiques sophistiquées, n'hésitent pas à louer le point de vue « expérimental » adopté par l'auteur anglais pour la rédaction de sa *Mécanique* à orientation pratique : « Un intervalle difficile à franchir, qui réclame des efforts incessants, sépare la Mécanique abstraite de ses applications ; c'est ce que faisait déjà remarquer PONCELET, dans son *Introduction à la Mécanique industrielle*, et la difficulté n'a pas diminué depuis son temps. [...] Il est donc très justifié, tout au moins dans l'enseignement technique, de donner le pas aux considérations expérimentales sur les déductions rationnelles. [...] C'est cette méthode, quelque peu hérétique dans notre pays, qui a été développée avec un très grand talent par M. John Perry, dans le livre remarquable que nous présentons aux lecteurs français. »⁽³³⁾

De ce qui précède, il est clair que les frères Cosserat sont très présents dans le monde académique de l'époque. Leur appartenance à la communauté scientifique de leur temps est également attestée par la collaboration des Cosserat avec des membres influents de la scène académique française. Ainsi, les deux frères participent à la confection de

32. John Perry, *Mécanique appliquée*, t. 1 : « L'énergie mécanique » (ouvrage traduit sur la 9^e éd. anglaise par E. Davaux, avec des additions et un appendice sur la mécanique des corps déformables par E. et F. Cosserat) ; t. 2 : « Constructions déformables et machines en mouvement » (ouvrage traduit sur la 9^e éd. anglaise par E. Davaux, avec un appendice sur les toupies tournantes du même auteur), Paris, Librairie scientifique A. Hermann et fils, 1913 et 1915, respectivement. L'appendice sur la mécanique des corps déformables annoncé dans le premier tome n'a pas vu le jour, à cause, selon toute vraisemblance, de la mort de François en 1914. Les interventions des frères Cosserat sont relativement limitées : pour l'essentiel, ils ont écrit pour le chapitre XV du 1^{er} volume de la traduction française une série de paragraphes (§ 307, 310, 311, 312, 313, 314, 315).

33. E. et F. Cosserat, « Préface de l'édition française », in J. Perry, *ibid.*, t. 1, p. I.

l'ouvrage classique de Gabriel Koenigs⁽³⁴⁾, professeur à la Sorbonne, sur la cinématique, en y insérant une note relative à la cinématique des milieux continus⁽³⁵⁾; résumé, en fait, du premier chapitre de leur premier mémoire commun sur la théorie de l'élasticité paru en 1896 (voir *infra*), cette contribution est apparemment immédiatement appréciée par des scientifiques étrangers⁽³⁶⁾. Paul Appell accueille dans son traité classique de mécanique rationnelle plusieurs contributions des deux frères (voir aussi *infra*)⁽³⁷⁾. Et quand le même Appell est appelé à diriger la partie « Mécanique » de la version française de la monumentale *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften, mit Einschluß*

34. Sur Koenigs, voir Hélène Gispert, « Koenigs, Gabriel (1858-1931), professeur de mécanique (1923-1931) », in Claudine Fontanon et André Grelon (dir.), *Les professeurs du Conservatoire national des arts et métiers. Dictionnaire biographique, 1794-1955*, t. 1 : « A-K », Paris, INRP/CNAM, 1994, p. 731-744.

35. E. et F. Cosserat, « Note sur la cinématique d'un milieu continu », in Gabriel Koenigs, *Leçons de Cinématique professées à la Sorbonne : cinématique théorique*, avec des notes par M. G. Darboux, et par MM. E. et F. Cosserat, Paris, Librairie scientifique A. Hermann, 1897, p. 391-417.

36. « *The introduction of this note is peculiarly fortunate for it is high time that kinematics should comprehend the study of deformation and of deformable spaces. The authors have included in their extract certain generalities on curvilinear coordinates, the deformation of a continuous medium in general, infinitely small deformation, use of the mobile trieder, and the case where the non-deformed medium is referred to any curvilinear coordinates.* » (E. O. Lovett, « *Koenig's Lectures on Kinematics* », *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 6, n° 7, 1900, p. 299-304 (p. 304 pour la citation)).

37. Paul Appell, *Traité de mécanique rationnelle*, t. III : « Equilibre et mouvement des milieux continus », Paris, Gauthier-Villars, 1903 (1^{re} édition), p. 529-532 (voir aussi E. Cosserat, *Notice sur les travaux scientifiques...*, *op. cit.*, p. 24-29). Dans la deuxième édition du troisième tome de son traité en 1909, Appell multiplie les références à l'œuvre des deux frères en accueillant leurs contributions les plus récentes. Il ira même jusqu'à écrire que : « Mais ce qui fait l'intérêt de ce nouveau Volume, c'est la Note si remarquable *Sur la théorie de l'action euclidienne* que MM. E. et F. Cosserat ont bien voulu rédiger » (il s'agit de : E. et F. Cosserat, « Note sur la théorie de l'action euclidienne », in P. Appell, *Traité de mécanique rationnelle*, t. III : « Equilibre et mouvement des milieux continus », Paris, Gauthier-Villars, 1909 (2^e édition), p. 557-629). La citation d'Appell est tirée de la « Préface » de cette seconde édition, in P. Appell, *ibid.*, p. V. Pour d'autres références aux frères Cosserat dans cette seconde édition du traité d'Appell, voir, par exemple : P. Appell, *ibid.*, p. 503, 517-519 et 533-545.

ihrer Anwendungen, c'est aux frères Cosserat qu'il confie la traduction du chapitre sur les principes de la mécanique rationnelle, rédigée dans l'édition originale de 1901 par Aurel Edmund Voss (1845-1931) ⁽³⁸⁾.

Ne se contentant pas de traduire le texte allemand, les frères Cosserat s'emparent de l'occasion pour marquer la version française du chapitre de leur sceau personnel. Ils donnent tout d'abord une formidable leçon d'érudition. L'original allemand, traduit intégralement, voit ses références, déjà fort nombreuses, se multiplier. Des extraits longs, dus à des auteurs classiques (tels que Galilée) et contemporains (français mais aussi étrangers dont allemands), gonflent le volume initial des *Principes* et témoignent de la grande culture scientifique, mais aussi historique et philosophique, des deux frères ⁽³⁹⁾. La période écoulée entre la rédaction du texte allemand et sa traduction est également traitée avec force détails. La minutie avec laquelle les Cosserat s'attellent à leur tâche de présentation des nouveautés intervenues après la rédaction de l'original allemand – rappelons qu'en entre 1901 et 1915, il y a eu la relativité restreinte et la mécanique quantique – n'en tranche pas moins avec une sélectivité qui peut étonner le lecteur contemporain. Les deux « révolutions scientifiques » du début du XX^e siècle sont présentées par les

38. E. et F. Cosserat « Principes de la mécanique rationnelle (d'après l'article allemand de A. Voss) », *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*, t. IV, vol. 1, Paris : Gauthier-Villars ; Leipzig : Teubner, 1915, p. 1-187. D'après le témoignage d'Eugène, les deux frères avaient été contactés par Appell en 1906 (E. Cosserat, *Notice sur les travaux scientifiques...*, *op. cit.*).

39. En étant à la fois savants, historiens de leur discipline et versés dans la philosophie de la connaissance, les deux frères illustrent à leur façon une « figure » plus générale qui est incarnée chez quelques grands scientifiques de leur époque, tels que Pierre Duhem (1861-1916) ou Ernst Mach (1838-1916), mais que l'on rencontre aussi au milieu du XIX^e siècle, en la personne d'un Barré de Saint-Venant (1797-1886), polytechnicien et ingénieur des ponts et chaussées, par exemple. Voir K. Chatzis, « Les conceptions de Barré de Saint-Venant en matière de théorie de la connaissance », in Jean-Pierre Giblin et Elisabeth Vitou (dir.), *L'art de l'ingénieur, de Perronet à Caquot*, Paris, Presses de l'École nationale des ponts et chaussées, 2004, p. 93-115. Voir aussi les deux ouvrages collectifs suivants : Marco Panza et Jean-Claude Pont (éd.), *Les savants et l'épistémologie vers la fin du XIX^e siècle*, Paris, Librairie scientifique et technique A. Blanchard, 1995 ; Vincent F. Hendricks et al. (éd.), *Interactions : mathematics, physics and philosophy, 1860-1930*, Dordrecht, Springer, 2006.

deux frères avec beaucoup moins de luxe de détail que d'autres sujets relevant des principes de la mécanique, voire sèchement. Pourquoi une telle attitude ?

Pour essayer d'en comprendre les ressorts, mettons-nous à la place des deux frères. Les Cosserat ne sont pas seulement auteurs de nombreuses contributions relatives à la théorie de l'élasticité. Comme nous le verrons, leur œuvre en mécanique est beaucoup plus large, puisque par l'étude de l'élasticité ils sont conduits à élaborer une théorie générale visant à embrasser l'ensemble des phénomènes mécaniques et physiques et dont les équations s'appliqueraient à toutes sortes de phénomènes (gravifiques, électriques, thermiques...). Dans le cadre de cette théorie générale, qui entre donc en concurrence avec les autres grands chantiers théoriques de l'époque, la mécanique classique devient ainsi, comme dans le cas de la relativité restreinte, un cas particulier de première approximation. C'est vers le déploiement de cette œuvre « mécanicienne », qui a amené les deux frères de l'élasticité aux fondements de la mécanique et de la physique théorique, que nous nous tournerons à présent.

3. L'œuvre des frères Cosserat en mécanique des milieux continus et en théorie de l'élasticité

L'œuvre des Cosserat en théorie de l'élasticité est le résultat, dans ce champ particulier, du besoin que les auteurs ressentent de donner à la mécanique une formulation rigoureuse qui doit être celle d'une discipline qu'ils situent à la base de la totalité des sciences physiques. Le développement rapide et riche en débats que la théorie de l'élasticité avait connu à partir des années 1820 devient alors le terrain idéal dans lequel ce programme de « rationalisation » plonge ses racines.

Comme nous l'avons indiqué, la première contribution commune des frères Cosserat paraît en 1896 sous le titre « Sur la théorie de l'élasticité »⁽⁴⁰⁾. Dès le premier paragraphe du document, les auteurs annoncent leur démarche, qui consiste à faire entrer en contact les dernières évolutions de la géométrie (dont certaines sont dues aux maîtres

40. E. et F. Cosserat, « Sur la théorie de l'élasticité. Premier Mémoire », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 1^{re} série, t. 10, 1896, p. I.1-I.116.

d'Eugène) avec le domaine de l'élasticité en mécanique⁽⁴¹⁾ : « On sait quel puissant instrument de découverte a été le trièdre de référence mobile dans la théorie des surfaces, entre les mains de Ribaucour⁽⁴²⁾ et de M. Darboux, et l'on peut voir par les *Leçons de Cinématique* de M. Koenigs que son introduction dans la *Mécanique des solides invariables* n'est pas moins heureuse. Nous nous sommes proposé d'étendre l'emploi de ce trièdre à l'étude des *corps déformables*, et nous avons été ainsi conduits, dans plusieurs questions importantes, à des résultats qui nous paraissent nouveaux. »⁽⁴³⁾

Dans ce premier article, les éléments qui seront essentiels dans toute l'œuvre des Cosserat sont clairement énoncés :

- l'application à la mécanique de la théorie des surfaces et du concept de trièdre mobile ;
- l'étude des déformations finies en formalisme lagrangien suivant l'exemple des Kirchhoff et Boussinesq, mais aussi celui des Saint-Venant, Kelvin et Darboux⁽⁴⁴⁾ ;
- l'emploi de méthodes énergétiques pour l'écriture des équations de bilan, à l'instar de lord Kelvin, en s'appuyant sur le concept d'énergie de déformation de Green, pour de déformations finies et pour un corps « parfaitement élastique » (hyperélastique)⁽⁴⁵⁾ (46).

41. Pour un autre exemple, celui offert par Heinrich Hertz (1857-1894), d'interaction de la géométrie (différentielle) et de la mécanique à la même époque, voir Jesper Lützen, « *Interactions between mechanics and differential geometry in the 19th century* », *Archive for history of exact sciences*, vol. 49, n° 1, 1995, p. 1-72.

42. Albert Ribaucour (1845-1893), polytechnicien et ingénieur des ponts et chaussées. Sur son œuvre, voir Bertrand Rouxel, « L'œuvre mathématique d'Albert Ribaucour », *Archive for history of exact sciences*, vol. 23, n° 2, 1980, p. 159-177.

43. E. et F. Cosserat, « Sur la théorie de l'élasticité... », *op. cit.*, p. I.1.

44. Voir E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 31.

45. D'après Paul Appell, « [...] en suivant une voie ouverte par Lord Kelvin (W. Thomson), on peut rattacher la théorie des déformations finies aux principes de la Thermodynamique, par l'introduction de l'énergie de déformation : c'est ce qu'ont fait M. Boussinesq, M. Brillouin et MM. Eugène et François Cosserat » (P. Appell, *Traité de mécanique rationnelle*, t. III : « Equilibre et mouvement des milieux continus », Paris, Gauthier-Villars, 1909 (2^e édition), p. 503).

46. Les auteurs cités dans ce paragraphe, outre Saint-Venant, Darboux et Brillouin – mentionnés précédemment –, sont Gustav Kirchhoff (1824-1887), Joseph

C'est par ailleurs grâce à leur vision énergétique que, face aux questions plus générales soulevées par la définition de force en mécanique qu'ils affronteront plus tard⁽⁴⁷⁾, E. et F. Cosserat arrivent à fixer dans le corps déformable, et donc dans la théorie de l'élasticité, le point de départ d'une définition constructive des forces⁽⁴⁸⁾.

Mais un autre élément de réflexion apparaît également dans leur première publication, ne serait-ce que rapidement esquissé, auquel les auteurs doivent leur notoriété actuelle : « Nous avons donné un rôle plus large qu'on le fait d'habitude aux coordonnées curvilignes dans la théorie de l'Élasticité, en ne les employant pas seulement pour définir le corps avant sa déformation comme Lamé, mais aussi pour étudier *le système triple de surfaces qui peut servir à représenter la déformation du corps.* »⁽⁴⁹⁾ Et plus loin : « On remarquera que nous admettons, dans l'état naturel, une sorte d'homogénéité par rapport aux axes coordonnées, et que, après une déformation quelconque cette sorte d'homogénéité n'existe plus par rapport aux mêmes axes, mais subsiste, en quelque sorte, par rapport aux trois familles de surfaces dans lesquelles se sont transformées les trois familles orthogonales de plans du système primitif de coordonnées. / Nous ne développerons pas actuellement cette indication qui nous conduirait à une extension évidente de notre façon de définir la déformation »⁽⁵⁰⁾. Après avoir traité le cas général des déformations finies du milieu continu par la méthode du trièdre mobile, les Cosserat présentent brièvement des cas particuliers : celui des tiges droites ou courbes minces, pour lequel il suffira de prendre un trièdre mobile ayant un axe tangent à la ligne d'axe, et celui des plaques ou coques minces, qui peut être obtenu par un trièdre mobile ayant un plan tangent à la surface moyenne⁽⁵¹⁾. Si cette idée est

Boussinesq (1842-1929), William Thomson lord Kelvin (1824-1907) et George Green (1793-1841).

47. Voir la note sur Carnot, TCD, p. 2 et K. Chatzis, « Un aperçu de la discussion sur les principes de la mécanique rationnelle en France à la fin du siècle dernier », *Revue d'histoire des mathématiques*, t. 1, 1995, p. 235-270.

48. Voir § 4 pour le concept de définition constructive.

49. E. et F. Cosserat, « Sur la théorie de l'élasticité », *op. cit.*, p. I.5.

50. *Ibid.*, p. I.70.

51. En faisant référence au « système triple de surfaces qui, dans un corps déformé, correspond au système orthogonal de plans coordonnés auquel le corps est rapporté

exposée dans la note présentée dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences en 1907 pour ce qui concerne les lignes flexibles⁽⁵²⁾ et dans celle de 1908 pour les plaques⁽⁵³⁾ (les deux notes ont été lues dans les séances du 30 décembre 1907 et du 6 janvier 1908), c'est en 1909, dans la traduction du *Traité de physique* de Chwolson, que son application aux milieux continus tridimensionnels apparaît pour la première fois et dans sa forme définitive⁽⁵⁴⁾.

Dans leur *Théorie des corps déformables*, qui reprend avec quelques corrections le texte publié dans le traité de Chwolson, E. et F. Cosserat ne cherchent pas à « déduire actuellement toutes les conséquences des résultats généraux » auxquels ils sont parvenus, mais « à retrouver et à éclaircir les doctrines classiques » et cela dans le but de montrer la puissance de la méthode basée sur la théorie de l'action euclidienne. Ce programme doit, d'après ses auteurs, s'étendre en embrassant « les théories de la chaleur et de l'électricité ». Les deux notes annoncées à paraître dans les tomes III et IV du *Traité de physique* de Chwolson,

avant déformation », les Cosserat proposent que l'étude des tiges droites minces se fasse en supposant qu'un axe du « trièdre mobile est tangent à l'une des courbes coordonnées du système triple dans le corps déformé », alors que pour celui des plaques minces on pourra supposer qu'un plan « du trièdre mobile est tangent à l'une des surfaces du système triple dans le corps déformé » ; finalement ils déclarent que des telles approches peuvent être étendues aux cas des tiges courbes minces et des coques (que les Cosserat appellent « enveloppes ») minces (*Ibid.*, p. I.90, I.92 et I.109).

52. E. et F. Cosserat « Sur la statique de la ligne déformable », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (désormais cités comme CRAS), t. 145, 2^e semestre 1907, p. 1409-1412.

53. E. et F. Cosserat « Sur la statique de la surface déformable et la dynamique de la ligne déformable », *CRAS*, t. 146, 1^{er} semestre 1908, p. 68-71.

54. E. et F. Cosserat « Note sur la théorie des corps déformables », *op. cit.*, p. 953-1173. Une présentation synthétique de cette idée apparaît dans l'un des ajouts à la traduction de Voss : « E. Cosserat et F. Cosserat ont proposé de préciser comme il suit, dans l'état actuel des nécessités scientifiques, la définition géométrique du corps déformable ; on y retrouve la trace du concept atomique. Une ligne déformable est un ensemble continu de trièdres à un paramètre, une surface déformable un ensemble à deux paramètres, un milieu déformable un ensemble à trois paramètres » (E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 73).

ainsi qu' « un travail ultérieur sur la *théorie des températures* »⁽⁵⁵⁾, ne furent malheureusement pas publiées.

Quel est l'esprit de ces propositions ? Les frères Cosserat semblent partager l'avis de Hertz⁽⁵⁶⁾ qui considérait que les images contenues dans une théorie physique ne possèdent généralement pas une vérité intérieure et que « leur seul privilège réside dans leur convenance *ou leur commodité*. »⁽⁵⁷⁾ Ces images sont en revanche soumises à un critère de représentativité, qui requiert que – dans certaines limites – leurs conséquences, dans la théorie, soient encore des images des conséquences, dans la nature, des faits représentés. Cette vision entraîne, pour qu'une théorie soit acceptée, qu'elle puisse contenir comme cas particuliers les résultats connus qui s'inscrivent dans les mêmes hypothèses ; ce qui est précisément le programme énoncé par les Cosserat. C'est seulement après une telle validation que les autres conséquences des résultats obtenus peuvent être déduites et étudiées⁽⁵⁸⁾.

Ainsi inscrites dans une démarche axiomatique-déductive, les hypothèses physiques avancées par les Cosserat – et en particulier celles sur la nature des corps déformables – apparaissent comme des idées formulées et justifiées sur la base de l'expérience et choisies pour leur pouvoir prédictif : « On ne se demande pas quelles sont les causes inconnaisables et on ne cherche pas à soumettre à priori tous les phénomènes à la contrainte d'une seule hypothèse physique ou du moindre nombre de telles hypothèses, mais on suppose qu'en général une intelligence

55. TCD, p. 211.

56. Heinrich Hertz, *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt, mit einem Vorworte von R. von Helmholtz*, Leipzig, 1894.

57. E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 13. Nous avons souligné la partie ajoutée par les deux frères à la traduction de l'original : « [...] ihre einzige Berechtigung liegt in ihrer Zweckmässigkeit » (A. Voss, « Die Prinzipien der Rationellen Mechanik », in F. Klein et C. Müller (éd.), *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, vol. IV-1, n° 1, art. 1, Leipzig, 1901-08, p. 3-121 (p. 15)).

58. Par ailleurs ils écriront : « La théorie générale des milieux déformables [...] ne peut avoir de portée que si elle renferme à titre de cas particuliers les concepts de la mécanique classique et si elle nous éclaire sur leur nature intime » (E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 77).

de la réalité, adéquate et sans contradictions, est possible et on essaie d'abord de trouver des formes suffisantes pour la description des phénomènes les plus simples, en se réservant de les généraliser et de les corriger ensuite, dans la mesure où s'étend le domaine de l'expérience. »⁽⁵⁹⁾ Les deux frères avaient soutenu dans le même texte que : « On peut reconnaître, d'ailleurs, dans les méthodes statistiques, comment naissent les modèles de la mécanique générale ; une moyenne est, au fond, un modèle simple d'une substance ou d'un phénomène : c'est ce qui se présente par exemple, quand on attribue à un corps naturel l'homogénéité. »⁽⁶⁰⁾

En elle-même la portée innovante de la notion de trièdre attaché aux points *de l'espace* n'est donc pas au centre de l'attention des auteurs. S'ils notent que déjà Kelvin et Helmholtz se sont inspirés de l'idée que de moments peuvent être exercés en tout point d'un milieu continu (témoignant ainsi d'une vision qu'ils estiment tributaire des œuvres des Euler et Jacques Bernoulli sur la ligne élastique et de celles de Poinsot sur la théorie des couples)⁽⁶¹⁾, vraisemblablement ils considèrent que la véritable origine de ce concept se trouve dans la notion lagrangienne de coordonnée généralisée ou de degré de liberté⁽⁶²⁾. « L'espace géométrique [...] donne la définition habituellement adoptée pour un milieu continu ; mais la considération de la ligne et de la surface dans la théorie de l'élasticité, et celle des milieux à trois dimensions dont s'occupent la cristallographie et les théories de l'électricité et de la lumière ont conduit à une notion plus complexe du milieu continu. Cette notion se déduit dans toute sa généralité, par un passage à la limite, de celle d'un ensemble discontinu de systèmes de points à un nombre quelconque de degrés de liberté. »⁽⁶³⁾

59. *Ibid.*, p. 187. Il s'agit de la dernière phrase de la traduction de Voss, dernière œuvre parue aux noms de E. Cosserat et F. Cosserat.

60. *Ibid.*, note 41 de la p. 15.

61. TCD, p. 1-2.

62. E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, note 33 de la p. 12.

63. *Ibid.*, p. 72, les frères citent W. Thomson (lord Kelvin) au sujet des exemples de ce type de systèmes. Pour la contribution des Cosserat à l'étude des systèmes de corps rigides voir TCD, § 68, p. 178.

En expliquant les équations d'équilibre du milieu déformable, les frères Cosserat citent la récente contribution de Woldemar Voigt (1850-1919) au débat né autour des relations de Cauchy⁽⁶⁴⁾, ce qui renvoi par ailleurs aux idées de Poisson, mal reçues à son époque, sur la nature polaire des molécules : « Ce cas particulier où l'action mutuelle de deux molécules se réduit à une seule force [...] est celui des fluides [...] Il n'en est pas de même dans les corps solides : l'action moléculaire y dépend de la forme non sphérique des molécules ; l'action mutuelle des deux molécules voisines m et m' n'y sera donc pas nécessairement dirigée suivant la droite MM' ; et il pourra même arriver qu'elle consiste en deux forces non réductibles à une seule. »⁽⁶⁵⁾

Ces références montrent finalement que les trièdres attachés par les Cosserat aux points de l'espace sont la manifestation d'une idée latente depuis longtemps, qui n'a pas pu se développer précédemment en l'absence de la théorie géométrique des surfaces maîtrisée par nos auteurs, du fertile croisement de cette théorie avec les idées énergétiques et, surtout, de l'esprit en même temps entreprenant et rigoureux dont E. et F. Cosserat ont fait preuve en concevant et développant leur théorie.

Si l'idée du trièdre attaché n'est donc pas présentée comme originale, c'est le fait de regarder l'action comme un invariant euclidien – « ce qui est la définition la plus naturelle quand on assigne pour but

64. TCD, note 1 de la p. 132.

65. Siméon-Denis Poisson, « Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps cristallisés », *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, t. XVIII, 1842, p. 1-152 (p. 10). Sur cette question, voir David H. Arnold, « The Mécanique Physique of Siméon Denis Poisson : The Evolution and Isolation in France of his Approach to Physical Theory (1800-1840). VI. Elasticity : The Crystallization of Poisson's Views on the Nature of Matter », *Archive for the History of Exact Sciences*, vol. 28, n° 4, 1983, p. 343-367. Sur ce sujet, outre Voigt et, indirectement, Poisson, les Cosserat citent leurs contemporains Larmor, Love et Combebiac. L'idée que les corps matériels doivent être étudiés comme des ensembles de points portant de vecteurs est aussi attribuée à Duhem par Truesdell (Clifford Truesdell et Walter Noll « *The Non-Linear Field Theories of Mechanics* », in S. Flügge (éd.), *Encyclopedia of Physics*, vol. III3, Berlin – Heidelberg – New York, Springer-Verlag, 1965 ; C. Truesdell, *Six lectures on Modern Natural Philosophy*, Berlin – Heidelberg – New York, Springer-Verlag, 1966 ; Pierre Duhem « Le potentiel thermodynamique et la pression hydrostatique », *Annales de l'École normale*, vol. 10, 1893, p. 187-230).

principal à la mécanique la mesure des phénomènes »⁽⁶⁶⁾, permettant de lever les objections de Hertz et Poincaré au système énergétique de la mécanique de Helmholtz – que les Cosserat présentent comme un résultat majeur de leur œuvre. Cette invariance euclidienne généralise l'idée d'invariance pour le sous-groupe des rotations que Darboux avait appliquée à la statique des forces concourantes⁽⁶⁷⁾ et permet à nos auteurs de déduire les équations d'équilibre des forces et des moments agissant sur l'élément de volume et sur les éléments de surface du corps déformable, équations qui « ne paraissent pas avoir été jusqu'ici envisagés sous une forme aussi générale » (Voigt ayant précédemment présenté le cas dans lequel des contraintes non symétriques apparaissent à cause des moments extérieurs, avec de moments intérieurs nuls)⁽⁶⁸⁾.

De ce qui précède on peut résumer les éléments fondamentaux de la théorie de l'élasticité proposées par E. et F. Cosserat de la façon suivante :

- un milieu continu est – du point de vue géométrique – un ensemble de trièdres rigides à n paramètres, avec $n = 1, 2, 3$, dimension géométrique du milieu ;
- ce milieu est défini – du point de vue mécanique – en ajoutant au concept géométrique précédent celui, physique, d'une liaison entre éléments infiniment voisins qui se manifeste quand on déforme le milieu et doit se mesurer « par l'action de déformation qu'il faut accomplir pour amener le milieu de son état initial ou naturel à son état déformé »⁽⁶⁹⁾ (à noter par ailleurs que la notion d'état initial est pour les Cosserat distincte de celle d'état naturel, le

66. E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 43. Voir aussi le troisième paragraphe TCD, p. 172.

67. G. Darboux « Sur la composition des forces en statique » *Bull. sc. math.* (1) 9, 1875 ; J. Andrade, *Leçons de mécanique physique*, Paris 1898 ; F. Siacci, *Rendic. Accad. Napoli* (3) 5, 1899 ; E. et F. Cosserat « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 71. D'après les Cosserat, Darboux fut le premier à se servir de l'idée d'invariance pour l'étude des forces concourantes.

68. TCD, p. 137.

69. E. et F. Cosserat « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 73.

- deuxième pouvant être éventuellement choisi pour jouer le rôle du premier⁽⁷⁰⁾ ;
- cette action s'exprime « d'une manière générale par l'intégrale d'une fonction de deux positions infiniment voisines du trièdre qui définit le milieu » ;
 - cette action est indépendante du choix de l'observateur : « si l'action de déformation est supposée indépendante du trièdre absolu *Oxyz*, la densité de l'action doit avoir une variation nulle, quand on soumet l'ensemble de tous les trièdres du milieu déformable, pris dans son état déformé, à une même transformation infinitésimale quelconque du groupe des déplacements euclidiens. On reconnaît alors que la densité de l'action est une fonction des vitesses géométriques [...] de translation et de rotation du trièdre élémentaire »⁽⁷¹⁾ ; dans cette approche de la statique du milieu continu, le principe traditionnel de « solidification » de Thomson et Tait, qui était énoncé afin d'étendre la définition des forces aux mouvements des corps déformables, est alors remplacé « par l'invariance, dans le groupe euclidien, de la fonction que nous avons appelée densité de l'action de déformation [désignée par la lettre *W*] »⁽⁷²⁾.
 - cette action est locale, « autrement dit, elle est indépendante de l'action qui est accomplie simultanément en tous les autres points du milieu » ;

70. D'après Appell, c'est Henri Poincaré (1854-1912) qui avait introduit le premier dans ses leçons sur l'élasticité professées à la Sorbonne au début des années 1890 cette conception de l'« état naturel » comme un état d'équilibre contraint quelconque obtenu par l'action de certaines forces et à partir duquel on peut étudier la déformation du milieu suite à l'action de nouvelles forces. Voir P. Appell, *Traité de mécanique rationnelle*, t. III : « Équilibre... » (1909), *op. cit.*, p. 507-508.

71. TCD, p. 73. Les Cosserat se réfèrent explicitement à Darboux pour les notations adoptées. Ils précisent également que « le temps *t* intervient dans l'action de déformation ; mais, quand on se place au point de vue statique, on doit l'envisager comme un paramètre au sens de *J. L. Lagrange* [...], et considérer la succession des états déformés du milieu comme une suite d'états de repos par rapport au trièdre absolu *Oxyz*, de sorte que l'action de déformation est une *transformation réversible* au sens de *P. Duhem* » (E. et F. Cosserat « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 73-74).

72. *Ibid.*, p. 75.

– d’une manière générale, et grâce à l’éclaircissement apporté par Helmholtz, l’action est une notion distincte de l’énergie, bien qu’elles puissent être confondues dans la dynamique classique.

La théorie qui en résulte permet aux frères Cosserat de « définir d’une manière précise les nombreuses variétés de lignes déformables et de surfaces déformables qui, dans les recherches antérieures, ne paraissent présenter entre elles aucune parenté »⁽⁷³⁾.

4. Les Cosserat et les fondements de la mécanique et de la physique théorique

Mais petit à petit, les deux frères vont, par extensions successives, sortir du seul domaine de l’élasticité pour se pencher sur les principes même de la mécanique en proposant une théorie mathématique (générale) des phénomènes physiques (dont mécaniques)⁽⁷⁴⁾. Pourquoi un tel projet ? Placées dans le contexte de l’époque, les tentatives des deux frères n’ont rien d’insolite⁽⁷⁵⁾.

73. *Ibid.*, p. 80.

74. La première présentation de leur « mécanique généralisée » se trouve consignée dans E. et F. Cosserat, « Sur la dynamique du point et du corps invariable, dans le système énergétique », *CRAS*, t. 140, 1^{er} semestre 1905, p. 932-935. Les deux frères ont ensuite développé leurs réflexions dans : E. et F. Cosserat, « Note sur la dynamique du point et du corps invariable », *op. cit.*, E. et F. Cosserat, « Note sur la théorie de l’action euclidienne », *op. cit.* et dans leur dernier texte commun, E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*

75. Rappelons qu’au XIX^e siècle, Gabriel Lamé, qu’Eugène Cosserat admirait, nous l’avons déjà dit, avait entrepris un voyage analogue à l’intérieur de la physique mathématique, de l’élasticité à la découverte du « principe universel » de la nature physique. Voir : G. Lamé, *Leçons sur la théorie mathématique de l’élasticité des corps solides*, Paris, Bachelier, 1852 (2^e éd. en 1866 chez Gauthier-Villars) ; G. Lamé, *Note sur la marche à suivre pour découvrir le principe, seul véritablement universel, de la nature physique*, Paris, Mallet-Bachelier, 1863. Voici comment Lamé commente lui-même cette entreprise. De la marche de l’astronomie, il tire d’abord l’enseignement suivant : « [...] l’homme pourra découvrir tous les secrets de la nature, en s’attachant à suivre, dans l’étude de chaque nouvelle classe de phénomènes, la marche progressive de l’astronomie, marche si bien réussie, savoir : observer et expérimenter les faits, dans toutes les circonstances réalisables ; coordonner ces expériences et ces observations, de manière à les grouper sous un certain nombre de lois ; puis, le calcul aidant, diminuer successivement le nombre de ces lois, en les faisant

Rappelons tout d'abord, qu'à partir des années 1870, la mécanique (classique), considérée comme exemple de science mûre et achevée était placée, d'abord en Allemagne puis dans d'autres pays européens dont la France⁽⁷⁶⁾, au centre d'un débat critique ayant comme objet la nature du savoir scientifique. Jusqu'aux premières années du XX^e siècle, des savants et des philosophes intéressés aux questions ayant trait à la théorie de la connaissance se penchent alors sur la mécanique, questionnent ses concepts primitifs (force, masse...) et ses principes fondateurs (principe d'inertie...), examinent ses présupposés, rectifient les formulations léguées par la tradition et en proposent de nouvelles, interrogent enfin les rapports qu'elle entretient avec le réel et les données de l'expérience. En arrivant à un moment où la mécanique classique est loin d'avoir la stabilité qu'on lui prête souvent, les « deux révolutions scientifiques » du début du XX^e siècle, la relativité restreinte et la théorie des quanta, ajoutent davantage d'intensité à des discussions déjà très animées⁽⁷⁷⁾. Les réflexions des Cosserat sur les principes de la mécanique, et plus généralement sur les fondements de la physique, s'inscrivent alors dans ce contexte intellectuel extrêmement riche en réflexions et en débats.

rentrer les unes dans les autres, pour arriver finalement à une seule loi, qui sera le *principe partiel* de la classe de phénomènes étudiée. » Dans un second temps, « [...] il s'agira de fondre les principes partiels de toutes les sciences en un dernier principe, seul véritablement universel » (voir G. Lamé, *Note sur la marche à suivre...*, *op. cit.*, p. 2). Sur la « philosophie » de Lamé, voir Rossana Tazzioli, « Construction engineering and natural philosophy : the work by Gabriel Lamé », in Patricia Radelet-de Grave et Edoardo Benvenuto (éd.), *Entre Mécanique et Architecture / Between Mechanics and Architecture*, Bâle, Birkhäuser, 1995, p. 317-329.

76. Sur ce débat, voir : E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.* ; K. Chatzis, « Un aperçu de la discussion sur les principes de la mécanique rationnelle... », *op. cit.* ; Jean Mawhin, « Les fondements de la mécanique en amont et en aval de Poincaré. Réactions belges à l'expérience du pendule de Foucault », *Philosophiques*, t. 31, n° 1, 2004, p. 11-38. Voir aussi les deux livres récents : Jesper Lützen, *Mechanistic images in geometric form : Heinrich Hertz's principles of mechanics*, Oxford, Oxford university Press, 2005 ; Carlo Cercignani, *Ludwig Boltzmann : the man who trusted atoms*, Oxford, Oxford university press, 2006 (2^e éd.).

77. La littérature sur les débats tissés autour de ces deux « révolutions » est énorme. Voir, à titre indicatif, l'ouvrage de Helge Kragh, *Quantum generations : a history of physics in the twentieth century*, Princeton (NJ), Princeton University Press, 2002 (2^e éd.).

Le travail des Cosserat sur les principes de la mécanique part d'un constat et vise son dépassement. Interpellés par la théorie de l'électron de Lorentz, qui a de bien étranges prétentions par rapport à la mécanique classique (la théorie, outre le fait qu'elle porte atteinte au principe de l'égalité de l'action et de la réaction, réclame une masse qui varie avec la vitesse), les Cosserat regardent les principes fondamentaux de la dynamique « comme des vérités seulement approchées. »⁽⁷⁸⁾ Ils cherchent alors à contribuer à « l'extension du domaine où la mécanique peut recevoir l'exactitude, l'universalité et la nécessité absolues qui appartiennent aux vérités mathématiques. »⁽⁷⁹⁾

Comment les deux frères songent-ils réaliser ce projet, alors qu'ils soutiennent en même temps que la mécanique, « comme toutes les sciences qui ont pour objet les faits sensibles, est avant tout expérimentale et inductive » ?⁽⁸⁰⁾ Mais les auteurs ajoutent aussitôt : « Mais on peut aussi essayer de la rattacher à un concept général unique et de lui donner une forme déductive ; de cette manière, on lui confère un pouvoir nouveau de découverte et l'on trouve l'explication des notions déjà acquises inductivement. Telle a été l'œuvre de Lagrange, dans sa *Mécanique analytique*, il y a un siècle »⁽⁸¹⁾. D'après les deux frères, « une tentative de ce genre mérite d'être renouvelée, car le domaine des phénomènes qui se trouvent dans une dépendance plus ou moins complète de la Mécanique s'est considérablement élargi »⁽⁸²⁾. Comment construire alors une théorie rattachée « à un concept général unique » et ayant une « forme déductive »⁽⁸³⁾ ?

78. E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 90.

79. *Ibid.*, p. 3.

80. E. et F. Cosserat, « Note sur la théorie de l'action euclidienne », *op. cit.*, p. 557.

81. *Ibid.* Rappelons que Lagrange place à la base de sa mécanique analytique le principe dit des « vitesses virtuelles ».

82. *Ibid.*

83. Les réflexions de frères Cosserat sur la structure et les caractéristiques d'une (bonne) théorie physique doivent être lues à la lumière des conceptions et des pratiques de la communauté scientifique française de l'époque. Sans pouvoir traiter ici de cette question complexe, disons qu'à la fin du XIX^e siècle, la structure de la communauté des physiciens français est caractérisée par une coupure profonde entre physique expérimentale et physique mathématique (pratiquée souvent par des « mathématiciens »). Sur la conception de la physique mathématique dans la France

Un mot ajouté au début de l'article des *Principes* peut jeter quelque lumière sur leur démarche. Alors que l'auteur allemand écrivait que « *Die Mechanik ist die Grundlage der gesamten physikalischen Wissenschaften, d. h. der Wissenschaften, die Vorgänge in der Natur [...], beschreiben* »⁽⁸⁴⁾, les Cosserat apportent un correctif, en transformant la phrase de la façon suivante : « la mécanique [...] est *la base de la totalité des sciences physiques*, c'est-à-dire des sciences qui décrivent, *ou plutôt définissent* [c'est nous qui soulignons] les phénomènes naturels. » Et ils précisent dans une note : « La distinction entre la définition descriptive et la définition constructive doit être ici observée. La première résulte de l'expérience, qui sans doute devient chaque jour plus exacte, mais n'épuise jamais son objet et est toujours sujette à l'erreur. La seconde résulte de la loi de génération des phénomènes, et, étant une création de notre esprit, elle est définitive et immuable et réellement un principe de connaissance ; c'est elle qui apparaît dans les fondements de la mécanique. »⁽⁸⁵⁾

de l'époque, voir, par exemple, Michel Atten, « Poincaré et la tradition de la physique mathématique française », in Jean-Louis Greffe, Gerhard Heinzmann et Kuno Lorenz (éd.), *Henri Poincaré : science et philosophie*, Paris : Blanchard ; Berlin : Akademie Verlag, 1996, p. 35-44. Rappelons que les grands noms de la physique allemande ou britannique de la deuxième moitié du XIX^e siècle (Helmholtz, Thomson (lord Kelvin), Maxwell, Hertz...) sont, le plus souvent, à la fois expérimentateurs et théoriciens et non pas mathématiciens. Sur la physique théorique en Allemagne, voir le classique Christa Jungnickel et Russell McCormach, *Intellectual mastery of nature*, t. II : « *The now mighty theoretical physics, 1870-1925* », Chicago, The university of Chicago press, 1986.

84. A. Voss, « *Die Prinzipien der Rationellen Mechanik* », *op cit.*, p. 11.

85. E. et F. Cosserat, « Les principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 5. Loin d'être une construction intellectuelle due aux frères Cosserat, l'opposition « définition descriptive, définition constructive » fait, en France, partie du patrimoine philosophique de l'époque. (Voir l'article « définition » dans André Lalande, *Vocabulaire technique et critique de la philosophie*, t. 1 : « A-M », Paris, PUF, 1993 (1^{re} éd. 1926), mine d'informations pour la compréhension du contexte philosophique de l'époque). Elle trouve son origine dans des réflexions ayant comme objet la géométrie, science par excellence des définitions constructives (voir Louis Liard, *Des définitions géométriques et des définitions empiriques*, Paris, F. Alcan, 1888, cité par les Cosserat). Au sujet des définitions constructives, un autre auteur de l'époque, Edouard Le Roy (1870-1954) écrit ainsi dans un article mentionné à plusieurs reprises par les Cosserat dans l'*Encyclopédie* : « Comment des résultats d'expérience

Après leurs travaux sur l'élasticité, la géométrie reste toujours une source d'inspiration fondamentale des Cosserat, et le concept de groupe leur permet une connexion originale entre cette branche des mathématiques et la mécanique. La notion de « groupe » présente aux yeux de nos auteurs un intérêt tout particulier. Tout d'abord, elle permet de comprendre « la raison profonde des analogies » – à savoir, le fait que certaines idées, développées initialement pour un domaine, sont transportées ensuite dans un nouveau domaine – : « les grandeurs dont l'analogie est essentielle [étant] celles qui sont invariantes dans un même groupe »⁽⁸⁶⁾. Qui plus est, après avoir joué un rôle important dans l'étude des principes de géométrie, le concept de groupe, de par l'invariance qu'il implique, est regardé également comme une traduction adéquate de l'idée de mesure des phénomènes, celle-ci étant considérée à son tour par les Cosserat, comme le but principal assigné à la mécanique⁽⁸⁷⁾. L'examen des principales théories physiques montre par ailleurs que la notion y joue un rôle particulier puisque « la théorie des phénomènes dus à la gravitation, à la chaleur et à l'électricité dépend, comme l'ont montré les premiers *P. S. Laplace, J.-B. J. Fourier* et *J. Clerk Maxwell*, de l'étude de paramètres différentiels, qui sont également des invariants dans le groupe des déplacements. »⁽⁸⁸⁾

peuvent-ils être rigoureux ? Comment la méthode expérimentale peut-elle conduire à des conclusions générales, valables pour tous les temps et pour tous les lieux ? [...] Or les difficultés s'évanouissent, me semble-t-il, si une loi positive est simplement une définition formulée à l'occasion de certains faits. La rigueur, la généralité ne sont que dans notre langage et c'est nous qui les décrétons. » (voir Edouard Le Roy, « La science positive et les philosophies de la liberté », Bibliothèque du Congrès international de philosophie, t. 1 : « Philosophie générale et Métaphysique », Paris, Armand Colin, 1900, p. 313-341 (p. 321, pour la citation)).

86. E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 24.

87. *Ibid.*, p. 43.

88. *Ibid.*, p. 165. Voir aussi *in ibid.*, p. 90 : « L'introduction de la notion de groupe dans la mécanique et peut-être une doctrine plus étendue, embrassant par exemple la théorie des corps déformables et la théorie des états physiques, permettra sans doute de jeter quelque nouvelle lumière sur la véritable origine des principes fondamentaux de la dynamique » ; on donnera des références sur la notion d'état physique dans la suite du texte.

Qu'en est-il de la mécanique ? Une découverte personnelle permet aux frères Cosserat d'introduire le groupe comme base de leur mécanique généralisée. S'inspirant des travaux de William Rowan Hamilton (1805-1865) et de Hermann von Helmholtz (1821-1894), qui d'après les deux frères ont mis en avant l'importance de la notion d'action, ils remarquent que « l'action, telle que *P. L. Moreau de Maupertuis* l'a introduite, est *invariante dans le groupe des déplacements euclidiens* »⁽⁸⁹⁾. En s'appuyant sur une position de Poincaré selon laquelle la notion de groupe « préexiste dans notre esprit au moins en puissance, et s'impose à nous, non comme forme de notre sensibilité, mais comme forme de notre entendement », les Cosserat soutiennent que suivant « cette idée philosophique, la mécanique rationnelle et la physique théorique doivent avoir un fondement analogue à celui de la géométrie, et il est naturel de chercher à les construire sur la notion unique d'action euclidienne ». Les dernières recherches en physique les confortent dans leur choix : « c'est ce qui est apparu de nouveau du reste dans les recherches de *H. A. Lorentz* et de *H. Minkowski* sur la théorie de la relativité où le groupe auquel *H. Poincaré* a donné le nom de *H. A. Lorentz* peut être regardé comme le groupe des déplacements dans l'espace à quatre dimensions [le temps en étant la quatrième]. »⁽⁹⁰⁾

L'idée de départ désormais exposée (à savoir, mettre la notion de groupe au service des principes de la mécanique), nous ne la suivrons pas dans tous les aspects de leur travail⁽⁹¹⁾. Notons toutefois l'importance de leurs premiers travaux sur l'élasticité dans leurs recherches sur les fondements de la mécanique, car dans le commerce établi par les frères entre la statique et la dynamique, celle-là devient première par rapport à celle-ci⁽⁹²⁾. Ainsi, ils introduisent dans leur étude de la dynamique le concept « d'état naturel » déjà présent dans leur mémoire

89. *Ibid.*, p. 164.

90. *Ibid.*, p. 165 (pour la série de citations dans ce paragraphe).

91. *Ibid.*, p. 72-80, 104-108, 126-128, 134, 164-165, 182-183.

92. En établissant la « primauté » de la statique sur la dynamique dans leur mécanique généralisée, les Cosserat vont à l'encontre de la conception de la mécanique qui prévalait en France durant la seconde moitié du XIX^e siècle et renouent avec des conceptions de la mécanique tombées entre temps dans l'oubli, comme celle développée au milieu du XIX^e siècle par le polytechnicien et ingénieur du génie maritime Frédéric Reech (1805-1884) que les deux frères citent (voir K. Chatzis, « Un aperçu

de 1896 et défini dans leur statique des milieux continus comme un état donné du corps à partir duquel on étudie la déformation⁽⁹³⁾. L'« *état naturel de mouvement* » est défini par analogie comme « un état de mouvement auquel on compare les autres mouvements »⁽⁹⁴⁾.

De même, le concept central de leur mécanique, l'action, est d'abord introduit (défini) au sein de la statique des milieux déformables et ensuite étendu à la dynamique. En effet, leur théorie de la dynamique généralisée « repose sur les mêmes considérations que la statique des milieux continus. Il suffit d'envisager le temps comme un paramètre de position, ainsi que *H. Minkowski* l'a fait depuis dans la théorie de la relativité⁽⁹⁵⁾, où le temps, mesuré par le chemin que parcourt la lumière, joue le rôle de la quatrième dimension dans une étendue à quatre dimensions et où les trois autres dimensions sont celles de l'espace ordinaire. La dynamique du point et du corps invariable [...] devient ainsi une simple traduction, dans le langage du temps, de la statique de la ligne déformable. »⁽⁹⁶⁾ La densité de l'action de déformation (W) devient densité par rapport au temps de l'action euclidienne. Si on reste dans le cas d'un point matériel, W est fonction de la seule vitesse v (dans le cas du corps invariable, elle est fonction de six arguments qui définissent respectivement les vitesses de translation et de rotation du

de la discussion sur les principes... », *op. cit.*). En commentant leur tentative d'établir une « dynamique généralisée », les deux frères écrivent les lignes suivantes : « Nous nous sommes proposé d'établir une théorie qui, tout en contenant la généralisation de la Statique [...], élargisse d'une manière analogue la Dynamique, et où, par conséquent, à côté des notions de *déformation finie* et de *déformation infiniment petite*, apparaissent précisées les idées de *mouvement rapide* et de *mouvement lent* entrevues autrefois par Helmholtz. » (E. et F. Cosserat, « Sur la dynamique du point et du corps invariable, dans le système énergétique », *op. cit.*, p. 932).

93. Voir *supra* note 70

94. E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 106.

95. Sur Minkowski et la relativité, voir Scott A. Walter, *Hermann Minkowski et la mathématisation de la théorie de la relativité restreinte, 1905-1915*, Thèse de doctorat en épistémologie et histoire des sciences, Université Paris VII, 1996.

96. E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 104. Les Cosserat notent ailleurs qu'ils « ont particulièrement insisté sur l'identité, au point de vue mathématique, entre une trajectoire et une ligne déformable » (*in ibid.*, note 338, p. 102).

trièdre élémentaire qui définit le milieu). Dans leur mécanique généralisée, la masse du point à l'instant t , appelée masse *maupertuisienne* par les frères Cosserat, est donnée par l'expression $(\frac{1}{v} \frac{dW}{dv})$, qui sous certaines hypothèses, se développe au voisinage de $v = 0$ sous forme de série en v :

$$\ll m + \dots \gg \quad (97)$$

Le premier terme de cette série est une quantité constante : m , les termes non écrits représentant des termes en v , v^2 , v^3 Ainsi, dans la nouvelle mécanique des frères Cosserat, la masse est une fonction de la vitesse et varie avec elle. Pour des vitesses infiniment petites (pour des états de mouvement infiniment voisins de l'état naturel de repos, selon l'expression de Cosserat), la série se réduit à la masse classique en première approximation et on retrouve alors les équations de la mécanique ordinaire⁽⁹⁸⁾.

La mort de François en 1914 viendra interrompre la production des deux frères en mécanique, alors que plusieurs questions, brièvement exposées dans la traduction de Voss, s'étaient posées à leurs esprits. La théorie de l'action euclidienne est en fait vue par ses auteurs comme un outil d'examen critique des principes de la dynamique classique, dont la souplesse réside dans le choix de l'action⁽⁹⁹⁾. La mécanique est désormais vue par les Cosserat comme l'étude des phénomènes de *mouvement*, *déformation* et *propagation*, ces trois termes indiquant les changements possibles pour les corps rigides, pour les corps déformables et pour les phénomènes électromagnétiques divers qui alimentaient le débat scientifique de l'époque. Ainsi, ils préconisent une « mécanique des états physiques », qui puisse regrouper des approches comme l'hydrodynamique d'Euler, la théorie de la chaleur de Fourier ou l'électromagnétisme de Maxwell et de Helmholtz. Cette mécanique se base sur une représentation eulerienne du mouvement (dont la forme générale

97. *Ibid.*, p. 107.

98. Le grand mathématicien Émile Picard cite très élogieusement (il parle de pages remarquables) la tentative des frères Cosserat à établir une « dynamique généralisée » selon laquelle la masse dépend de la vitesse (Émile Picard, « La mécanique classique et ses approximations successives », *Rivista di scienza*, vol. 1, 1907, p. 4-15 (référence à la p. 14).

99. E. et F. Cosserat, « Principes de la mécanique rationnelle », *op. cit.*, p. 104.

pour les milieux déformables a été donnée dans la *Théorie des corps déformables*, p. 187) et sur l'idée de se donner, en fonction des phénomènes, une fonction spatiale, variable dans le temps, décrivant les états physiques qui apparaissent localement⁽¹⁰⁰⁾. Dans une telle mécanique, on est alors conduit à se donner une notion généralisée de force, embrassant toutes les forces de changement de l'état physique et dont la force « mouvante » est un cas particulier, et à pouvoir prendre en compte de vitesses de propagation des actions qui pourront être finies ou infinies⁽¹⁰¹⁾.

À ce sujet il est intéressant de comprendre la position des Cosserat vis-à-vis de l'éther. Si ce dernier apparaît comme la conséquence naturelle de la réintroduction de l'espace absolu newtonien impliquée par le point de vue eulerien dans la mécanique, les Cosserat soulignent que cette conséquence n'apparaît que « si on attribue une réalité objective à cette espace »⁽¹⁰²⁾.

5. La réception de l'œuvre en mécanique des frères Cosserat

Comment l'œuvre en mécanique des Cosserat, dont cette brève présentation permet, nous l'espérons, d'en faire entrevoir l'originalité et la puissance, a-t-elle été reçue par les contemporains de deux frères ainsi que par des scientifiques qui leurs sont postérieurs ?

Nous avons vu que plusieurs contributions des Cosserat prennent place, pratiquement dès leur parution, dans les ouvrages d'un certain nombre des grandes figures de la scène scientifique française de l'époque, qu'il s'agisse de Koenigs ou Appell (voir *supra*). Ceux-ci, qui connaissaient depuis longtemps les Cosserat – rappelons que Koenigs et Appel ont fait partie du jury de thèse de doctorat d'Eugène –, ne seront pas les seuls à être intéressés par la production de deux frères. Jusqu'à la Seconde Guerre, les travaux des Cosserat en matière de mécanique, qu'ils portent sur l'élasticité ou sur les fondement de la mécanique, suscitent toujours l'intérêt et provoquent même l'admiration.

100. *Ibid.*, p. 40.

101. *Ibid.*, p. 103.

102. *Ibid.*, p. 61.

Ainsi Pierre Duhem (1861-1916), physicien, philosophe et historien des sciences à la fois, dans son livre de 1906 consacré à la question de l'élasticité, trouve que les formules relatives aux déformations finies d'un milieu continu avaient été « magistralement exposées » par les deux frères dans leur mémoire paru en 1896⁽¹⁰³⁾. Les recherches des Cosserat connaissent, toujours dans la première décennie du XX^e siècle, un retentissement international. Ainsi le célèbre mécanicien britannique Augustus Edward Hough Love (1863-1940) introduit dans la seconde édition de son traité classique sur l'élasticité des résultats obtenus par les deux frères⁽¹⁰⁴⁾. À la même époque, le scientifique allemand Arthur Korn (1870-1945) s'inspire aussi des travaux des Cosserat⁽¹⁰⁵⁾. L'italien Orazio Tedone (1870-1922) se réfère également aux travaux des deux frères dans l'article de synthèse sur la théorie de l'élasticité qu'il produit pour l'édition allemande de l'*Encyclopédie des sciences mathématiques* (article non paru en français), et il en va de même de son collègue Roberto Marcolongo (1862-1943), auteur d'une *Teoria matematica dello equilibrio dei corpi elastici* parue à Milan en 1904⁽¹⁰⁶⁾. Toujours dans l'*Encyclopédie des sciences mathématiques*, apparaissent en 1914 les articles de Karl Heun (1859-1929) et Ernst Hellinger (1883-1950) incluant la *Théorie des corps déformables* parmi les références fondamentales en matière d'approches et de méthodes mathématiques

103. Pierre Duhem, *Recherches sur l'élasticité*, Paris, Gauthier-Villars, 1906, p. 3.

104. A. E. H. Love, *A treatise on the mathematical theory of elasticity*, Cambridge, Cambridge university press, 1906 (2^e éd.), p. 125, 239, 240, par exemple.

105. Voir notamment : A. Korn, « *Über die Cosserat'schen funktionentripel und ihre anwendung in der elastizitätstheorie* », *Acta mathematica*, vol. 32, n° 1, 1909, p. 81-96 ; A. Korn, « *Solution générale du problème d'équilibre dans la théorie de l'élasticité, dans le cas où les efforts sont donnés à la surface* », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 2^e série, t. 10, 1908, p. 165-269.

106. E. Cosserat, *Notice sur les travaux scientifiques...*, *op. cit.*, p. 30. Eugène Cosserat a fait publier un article de Marcolongo dans le journal toulousain, où l'auteur italien cite les travaux des deux frères : voir R. Marcolongo, « *La théorie des équations intégrales et ses applications à la physique mathématique* », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 2^e série, t. 10, 1908, p. 99-112. O. Tedone, « *Allgemeine Theoreme der mathematischen Elastizitätstheorie* », in Felix Klein et Conrad Müller (éd.), *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, vol. IV-4, n° 1, art. 24, Leipzig, 1907, p. 55-124.

en mécanique générale et en mécanique des milieux continus⁽¹⁰⁷⁾. Dans ces mêmes années, la *Théorie des corps déformables* est positivement recensée dans le *Bulletin of the American Mathematical Society*⁽¹⁰⁸⁾.

Sans surprise, les *Annales de la faculté des sciences de Toulouse* est un endroit où la mémoire de leur œuvre en mécanique est préservée pendant longtemps. Ainsi en 1920, Émile Jouguet (1871-1943), polytechnicien et ingénieur des mines, professeur, entre autres, de mécanique à l'École des mines, publie dans les *Annales* ses *Notes sur la théorie de l'élasticité*, où il renvoie le lecteur au « célèbre Mémoire de MM. Eugène et François Cosserat » de 1896⁽¹⁰⁹⁾. La même année, le mathématicien et astronome Adolphe Buhl (1878-1949), collègue d'Eugène à Toulouse, se référerait, à côté de la production des mathématiciens français Elie Cartan (1869-1951), Edouard Goursat (1858-1936) et Ernest Vessiot (1865-1952), aux travaux théoriques des Cosserat sur

107. K. Heun, « *Ansätze und allgemeine Methoden der Systemmechanik* », in F. Klein et C. Müller (éd.), *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, vol. IV-2, n° 3, art. 11, Leipzig, 1914, p. 359-504; E. Hellinger, « *Die allgemeinen Ansätze der Mechanik der Kontinua* », in F. Klein et C. Müller (éd.), *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, vol. IV-4, n° 5, art. 30, Leipzig, 1914, p. 601-694. Ayant terminé leurs articles en 1913, ces auteurs citent la *Théorie des corps déformables*, ainsi que les travaux antérieures des deux frères.

108. Après avoir exprimé en 1912 un avis très critique sur la place que les ajouts des Cosserat prennent dans le traité de Chwolson, Edwin Wilson écrit en 1913 à propos de la *Théorie des corps déformables* : « [...] *it is by no means impossible that Hamilton's principle, which up to the present has contained the most general and unifying theory of mechanics, may rapidly become replaced by the Cosserats' euclidean action* » : voir Edwin B. Wilson, « *An Advance in Theoretical Mechanics* », *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 19, n° 5, February 1913, p. 242-246. Pour la note sur le *Traité* de Chwolson, voir E. B. Wilson, « *A Treatise on Physics* », *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 18, n° 10, July 1912, p. 497-508.

109. Émile Jouguet, « *Notes sur la théorie de l'élasticité* », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 3^e série, t. 12, 1920, p. 47-92 (p. 48).

les fondements de la théorie physique avec l'espoir que la « Science française, en puisant dans son propre arsenal », puisse « exposer [...] dé mêler et [...] poursuivre, avec son génie propre, les si captivantes théories de la nouvelle Physique »⁽¹¹⁰⁾, élaborées jusqu'alors pour l'essentiel par des savants étrangers, comme Lorentz, Minkowski et Einstein. Le même Cartan écrit une note en 1922, présentée par Émile Borel à l'Académie, dans laquelle il reconnaît que son idée de généraliser la notion d'espace afin de préciser celle de transport parallèle de Levi-Civita s'apparente aux « beaux travaux de MM. E. et F. Cosserat sur l'action euclidienne »⁽¹¹¹⁾. Trois ans plus tard, Joachim Sudria (1875-1950), polytechnicien, docteur ès sciences mathématiques et professeur à la chaire de Mécanique à l'Université libre de Paris, présentait aux lecteurs des *Annales* une série de recherches ayant comme origine le problème suivant : « caractériser par une propriété d'extremum la déformation des corps sous l'action de forces données », et il déclarait que les solutions

110. A. Buhl, « Sur les formules fondamentales de l'électromagnétisme et de la gravifique », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 3^e série, t. 12, 1920, p. 1-35 (p. 4). Cet article de Buhl doit être placé dans le contexte de l'époque, marqué par la recherche de « théories unifiées », capables de rendre compte, au sein d'un seul « schéma explicatif », de plusieurs phénomènes physiques (électromagnétisme et gravitation, notamment). Sur cette quête, voir Catherine Goldstein et Jim Ritter, « *The varieties of unity : sounding unified theories, 1920-1930* », in Abhay Ashtekar *et al.* (éd.), *Revisiting the foundations of relativistic physics*, Dordrecht, Kluwer, 2003, p. 93-149.

111. « [...] un milieu matériel continu en équilibre sous la seule action de ses forces élastiques, mais dans le cas où ces forces se manifesteraient sur chaque élément de surface, non seulement par une force unique (tension ou pression), mais par un couple (torsion) » ; Elie Cartan, « Sur une généralisation de la notion de courbure de Riemann et les espaces à torsion », *CRAS*, t. 174, 1^{er} semestre 1922, p. 593-595. L'auteur précise le sens d'une telle analogie l'année suivante : « Il y a là une des nombreuses analogies, plus ou moins trompeuses, qui existent entre la Géométrie et la Mécanique. En fait, ce n'est là qu'une analogie » ; E. Cartan, « Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (première partie) », *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 3^e série, t. 40, 1923, p. 325-412 (note 1 de la p. 401).

proposées étaient directement inspirées de la théorie de l'action euclidienne des Cosserat⁽¹¹²⁾. Le même Sudria récidivait dix ans plus tard en publiant un autre texte sur l'action euclidienne⁽¹¹³⁾ (il paraît que c'est cette publication qui a mis, en 1958, Truesdell sur la piste de des deux frères⁽¹¹⁴⁾). En 1926, Louis-Maurice Roy (1882-1959), professeur de mécanique rationnelle et appliquée à la Faculté des sciences de Toulouse entre 1919 et 1952, élu membre correspondant pour la section de mécanique à l'Académie des sciences en 1927, publiait, toujours dans les *Annales*, une « théorie thermodynamique de la ligne élastique [...] directement inspirée des travaux relativement récents de Duhem et de MM. Cosserat »⁽¹¹⁵⁾. Le mathématicien Jean Delsarte (1903-1968) de son côté dans un article sur les équation de Schrödinger expliquait aux lecteurs du *Journal de physique (et Le Radium)* en 1930 que pour « établir les équations de propagation, il est commode de partir, suivant les méthodes de MM. Cosserat de la densité d'énergie de déformation W . »⁽¹¹⁶⁾

Mais l'œuvre des Cosserat ne restera pas enfermée dans les cercles étroits des savants spécialisés dans telle ou telle discipline : il atteint des cercles plus larges, en prenant place dans des ouvrages adressés à un public intéressé par l'état des savoirs scientifiques de l'époque. Ainsi Julien Pacotte publie dans les années 1920 deux ouvrages sur les mathématiques et la physique contemporaines et mentionne à plusieurs

112. Joachim Sudria, « Contribution à la théorie de l'action euclidienne », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 3^e série, t. 17, 1925, p. 63-152 (p. 64).

113. J. Sudria, *L'Action euclidienne de déformation et de mouvement*, Paris, Gauthier-Villars, 1935.

114. J. M. Ball et R. D. James, « *The Scientific Life and Influence of Clifford Ambrose Truesdell III* », *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol. 161, n° 1, 2002, p. 1-26 (p. 10, en particulier).

115. Louis Roy, « Sur les équations générales des lignes élastiques et la propagation des ondes », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 3^e série, t. 18, 1926, p. 117-195 (p. 118).

116. Jean Delsarte, « Remarques sur la théorie de Schrödinger » (1930), reproduit en fac-similé dans les *Œuvres de Jean Delsarte*, t. I, Paris, Éd. du CNRS, 1971, p. 119-131 (p. 120, pour la citation).

reprises la production des deux frères⁽¹¹⁷⁾. Il en va de même pour l'ouvrage de Georges Matisse de 1925⁽¹¹⁸⁾ et de celui de Pierre Sergescu sur les sciences mathématiques paru en 1933. Ce dernier classe l'œuvre des Cosserat dans la rubrique de la « physique mathématique », représentée par des auteurs comme Poincaré, Duhem et de Broglie, et qualifie de « très intéressante » la tentative de deux frères de construire une « 'mécanique généralisée', mécanique déductive, construite à partir d'un principe convenablement général, pour faire entrer aussi les considérations modernes (par exemple de la dynamique de l'électron). »⁽¹¹⁹⁾

Pendant la Seconde Guerre mondiale, Robert L'Hermite, directeur des laboratoires du Bâtiment et des Travaux publics, se réfère aux travaux des frères Cosserat en matière d'élasticité, auxquels il consacre le commentaire suivant : « Ces [...] ouvrages représentent la tentative de deux mathématiciens pour l'établissement d'équations générales de déformation »⁽¹²⁰⁾. L'auteur récidive après guerre : dans un historique de la théorie de l'élasticité qui ouvre son ouvrage sur la résistance des matériaux de 1954, les Cosserat sont placés en bonne compagnie à côté des auteurs comme Lamé, Clebsch, Saint-Venant ou Duhem. En commentant les travaux des Cosserat sur les déformations finies, l'auteur écrit les lignes suivantes : « Les Frères Cosserat ont poursuivi très loin les calculs [...], mais arrivent à des développements extrêmement compliqués.

117. Julien Pacotte, *La pensée mathématique contemporaine*, Paris, F. Alcan, 1925, p. 87-88 (l'auteur mentionne l'action euclidienne de déformation de Cosserat), p. 110 (« MM. Cosserat ont mis en évidence toute l'analogie des réactions d'inertie et des forces élastiques »); J. Pacotte, *La physique théorique nouvelle*, Paris, Gauthier-Villars, 1921, p. 70 (référence aux travaux d'élasticité des deux frères), p. 105 (mention du traitement du principe de la moindre action par les Cosserat).

118. Georges Matisse, *Le mouvement scientifique contemporain en France*, t. III-IV, Paris, Payot, 1925. L'auteur consacre plusieurs pages du tome IV de son ouvrage à la présentation de la mécanique généralisée des deux frères (p. 239-246, *in ibid.*).

119. Pierre Sergescu, « Les sciences mathématiques », *in* J. Rostand, A. Boutaric et P. Sergescu, *Tableau du xx^e siècle, 1900-1933, vol. 2 : Les sciences*, Paris, Denoël et Steele, 1933, p. 25 et 119 pour la citation.

120. Robert L'Hermite, *L'expérience et les théories nouvelles en résistance des matériaux*, Paris, Dunod, 1942, p. 131.

Il est très difficile d'en faire une application pratique sauf peut-être dans le cas de la ligne déformable. »⁽¹²¹⁾

Le mémoire sur la théorie de l'élasticité de 1896 est cité comme référence pour l'étude des transformations finies par l'italien Tonolo en 1943⁽¹²²⁾, par Kutilin en 1947 et Novozhilov en 1948 en Russie⁽¹²³⁾ et par Seth en Indes en 1950⁽¹²⁴⁾.

Sur la base de ces informations, l'analyse que Clifford Truesdell fait de la réception de l'œuvre des Cosserat apparaît discutable : « *Their profound work attracted little attention in its own day and was soon forgotten. [...] The COSSERATS' masterpiece stands as a tower in the field. It was noticed, cited, but not read in detail by the half dozen people responsible for the resurgence of rational mechanics fifteen to twenty years ago.* »⁽¹²⁵⁾ Mais l'intérêt porté par la communauté internationale vers les corps qui seront plus tard appelés « milieux de Cosserat » connaît une telle croissance à partir de la seconde moitié des années 1950, qu'en effet leur renommée antérieure reste dans l'ombre.

La question des milieux admettant des contraintes non symétriques, qui est restée latente pendant la majeure partie du XIX^e siècle avant les travaux des Cosserat, se présente à nouveau dans les années 1950, sans apparemment que ces travaux aient été pris comme sources. Ce sont Tiffen et Stevenson en 1956 et ensuite Truesdell et Toupin en 1960 qui reprennent le sujet, mais sans succès⁽¹²⁶⁾. Dans cette même période on

121. R. L'Hermite, *Résistance des matériaux théorique et expérimentale*, t. 1 : « Théorie de l'élasticité et des structures élastiques », Paris, Dunod, 1954, p. 2 et 23.

122. Angelo Tonolo, « *Teoria tensoriale delle deformazioni finite dei corpi solidi* », *Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova*, t. 14, 1943, p. 43-117.

123. D. I. Kutilin, *Theory of Finite Deformations* (en russe), OGIZ Gostekhizdat, 1947; Valentin V. Novozhilov *Foundations of the Nonlinear Theory of Elasticity*, Courier Dover Publications, 1999 (trad. de l'édition russe de 1948).

124. Bhoj R. Seth, « *Some recent applications of the theory of finite elastic deformation* », *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics. vol. III Elasticity* McGraw-Hill, 1950.

125. C. Truesdell, *Six lectures. . .*, *op. cit.*, p. 29.

126. C. Truesdell et Richard Toupin, « *The Classical Field Theories* », in S. Flügge (éd.), *Encyclopedia of Physics*, vol. III1, Berlin – Heidleberg – New York, Springer-Verlag, 1960.

trouve un travail de Günter sur le *milieu continu des Cosserat*⁽¹²⁷⁾, visant des applications à la théorie continue des dislocations, et une conférence de Signorini au sujet de la théorie non linéarisée de l'élasticité s'inspirant du travail des Cosserat⁽¹²⁸⁾, mais Ericksen et Truesdell en 1958 aux États-Unis, Aero et Kuvshinskii en 1960 en Union Soviétique et Grioli en 1960 en Italie donnent l'impulsion à de nouvelles études sur l'élasticité non symétrique sans faire référence aux deux frères⁽¹²⁹⁾.

La théorie des *milieux des Cosserat* est finalement établie à nouveau dans une forme généralisée, encore sans l'appui de la connaissance des travaux de nos auteurs, par Richard Toupin⁽¹³⁰⁾. Le nombre de publications sur le sujet croit ensuite très rapidement et la nouvelle mécanique rationnelle dans laquelle elles s'inscrivent en majorité ne tarde pas à redécouvrir l'œuvre des deux frères⁽¹³¹⁾. On trouve, parmi les auteurs qui travaillent sur les *milieux des Cosserat* entre 1960 et 1968 les noms suivants : Aero, Bressan, Cowin, Eringen, Green, Grioli, Koiter, Kröner, Kunin, Mindlin, Misicu, Naghdi, Nowacki, Pal'mov, Rivlin, Stojanović, Toupin, Truesdell, Teodosiou, pour citer que les plus connus.

127. W. Günter, « *Zur Statik und Kinematik des Cosseratsche Kontinuum* », *Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft*, vol. 10, 1958, p. 195-213.

128. Antonio Signorini (1888-1963), à l'époque secrétaire de l'Académie des *Lincei*, définit comme « une véritable pierre milliaire dans le développement de la théorie générale de l'Élasticité » le premier mémoire des deux frères paru dans les *Annales* en 1896 : A. Signorini, « Résultats simples de la théorie non linéarisée de l'Élasticité », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 4^e série, t. 23, 1959, p. 5-21.

129. Jerry L. Ericksen et C. Truesdell, « *Exact theory of stress and strain in rods and shells* », *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol. 1, 1957/58, p. 410-417; Eron L. Aero et Eugène V. Kuvshinskii, « *Fundamental equations of the theory of elastic media with rotationally interacting particles* », *Soviet Physics Solid State*, vol. 2, 1960, p. 1272-1821 (paru en russe en 1960); Giuseppe Grioli, « *Elasticità asimmetrica* », *Annali di matematica pura ed applicata*, vol. 4, 1960, p. 389-418. Notons que le dernier, élève de Signorini auquel il dédie son travail, parvient à l'étude de l'élasticité non symétrique suivant un travail de Somigliana de 1910 et de Bodaszewski de 1953 sur les contraintes non symétriques, travaux qui ne le mettent pas sur la piste des Cosserat.

130. R. A. Toupin, « *Theories of elasticity with couple-stress* », *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol. 17, 1964, p. 85-112.

131. Citée par exemple par C. Truesdell et W. Noll, « *The Non-Linear Field Theories* », *op. cit.*

En 1968, l'IUTAM (*International Union of Theoretical and Applied Mechanics*) organise un symposium sur le sujet des milieux continus généralisés (comprenant désormais les *milieux des Cosserat* comme cas particulier), qui représente, idéalement, la fin d'une phase d'avant-garde et le début d'une période pendant laquelle ces milieux entrent dans l'usage commun de la mécanique théorique et appliquée⁽¹³²⁾.

En 1970, Rastko Stojanović rédige pour le CISM (Centre International pour les Sciences Mécaniques) d'Udine un cours sur les *milieux de Cosserat*, dit aussi « micropolaires » ou simplement « polaires », dans lequel il inclut 517 références bibliographiques : « *The desire was to make as complete as possible a bibliography on mechanics of polar continua, and there are listed all papers and books treating this matter according to the knowledge of the author. Unfortunately, there is a number of important contributions of whose existence I was not aware at the moment when the list was completed.* »⁽¹³³⁾

132. Ekhart Kröner (éd.), *Mechanics of Generalized Continua, Proc IUTAM Symposium on the Generalized Cosserat Continuum and the Continuum Theory of Dislocations with Applications, Freudnstadt and Stuttgart 1967*, Berlin – Heidelberg – New York, Springer-Verlag, 1968.

133. Rastko Stojanović, *Recent developments in the theory of polar continua – Course held at the Department for mechanics of deformable bodies, June-July 1970, International Centre for Mechanical Sciences Courses and lectures – n° 27 – Udine 1970*, Wien – New York, Springer-Verlag, 1970, p. 293.

**Principales publications des frères Cosserat
en matière de mécanique**

E. et F. Cosserat, « Sur la théorie de l'élasticité. Premier Mémoire », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 1^{re} série, t. 10, 1896, p. I.1-I.116.

E. et F. Cosserat, « Note sur la cinématique d'un milieu continu », in Gabriel Koenigs, *Leçons de Cinématique professées à la Sorbonne : cinématique théorique*, avec des notes par M. G. Darboux, et par MM. E. et F. Cosserat, Paris, Librairie scientifique A. Hermann, 1897, p. 391-417.

E. et F. Cosserat, « Sur les équations de la théorie de l'élasticité », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences (CRAS)*, t. 126, 1^{er} semestre 1898, p. 1089-1091.

E. et F. Cosserat, « Sur les fonctions potentielles de la théorie de l'élasticité », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences (CRAS)*, t. 126, 1^{er} semestre 1898, p. 1129-1132.

E. et F. Cosserat, « Sur la déformation infiniment petite d'un ellipsoïde élastique », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences (CRAS)*, t. 127, 2^e semestre 1898, p. 315-318.

E. et F. Cosserat, « Sur la solution des équations de l'élasticité, dans le cas où les valeurs des inconnues à la frontière sont données », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences (CRAS)*, t. 133, 2^e semestre 1901, p. 145-147.

E. et F. Cosserat, « Sur une application des fonctions potentielles de la théorie de l'élasticité », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences (CRAS)*, t. 133, 2^e semestre 1901, p. 210-213.

E. et F. Cosserat, « Sur la déformation infiniment petite d'un corps élastique soumis à des forces données », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences (CRAS)*, t. 133, 2^e semestre 1901, p. 271-273 (et *Errata*, p. 400).

E. et F. Cosserat, « Sur la déformation infiniment petite d'une enveloppe sphérique élastique », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (CRAS), t. 133, 2^e semestre 1901, p. 326-329.

E. et F. Cosserat, « Sur la déformation infiniment petite d'un ellipsoïde élastique soumis à des efforts données sur la frontière », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (CRAS), t. 133, 2^e semestre 1901, p. 361-364.

E. et F. Cosserat, « Sur un point critique particulier de la solution des équations de l'élasticité, dans le cas où les efforts sur la frontière sont donnés », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (CRAS), t. 133, 2^e semestre 1901, p. 382-384.

E. et F. Cosserat, « Sur la dynamique du point et du corps invariable, dans le système énergétique », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (CRAS), t. 140, 1^{er} semestre 1905, p. 932-935.

E. et F. Cosserat, « Note sur la dynamique du point et du corps invariable » (1^{re} éd. en 1906), in O. D. Chwolson, *Traité de physique*, t. 1 : « Mécanique. États de la matière. Acoustique », Paris, Librairie scientifique A. Hermann, 1908, p. 236-273.

E. et F. Cosserat, « Sur la Mécanique générale », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (CRAS), t. 145, 2^e semestre 1907, p. 1139-1142.

E. et F. Cosserat, « Sur la statique de la ligne déformable », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (CRAS), t. 145, 2^e semestre 1907, p. 1409-1412.

E. et F. Cosserat, « Sur la statique de la surface déformable et la dynamique de la ligne déformable », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (CRAS), t. 146, 1^{er} semestre 1908, p. 68-71.

E. et F. Cosserat, « Sur la théorie des corps minces », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (CRAS), t. 146, 1^{er} semestre 1908, p. 169-172 (et *Errata*, p. 256).

E. et F. Cosserat, « Note sur la théorie des corps déformables », in O. D. Chwolson, *Traité de physique*, t. 2 : « L'énergie rayonnante », Paris, Librairie scientifique A. Hermann, 1909, p. 953-1173.

E. et F. Cosserat, « Note sur la théorie de l'action euclidienne », in Paul Appell, *Traité de mécanique rationnelle*, t. III : « Equilibre et mouvement des milieux continus », Paris, Gauthier-Villars, 1909 (2^e édition), p. 557-629.

E. et F. Cosserat, *Théorie des corps déformables*, Paris, Librairie scientifique A. Hermann, 1909.

E. et F. Cosserat « Principes de la mécanique rationnelle (d'après l'article allemand de A. Voss) », *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*, t. IV, vol. 1, Paris : Gauthier-Villars ; Leipzig : Teubner, 1915, p. 1-187.

M. BROCATO est professeur à l'École nationale supérieure d'architecture de Paris-Malaquais, maître de conférences à l'École des Ponts ParisTech et chercheur à l'Université Paris-Est (École nationale supérieure d'architecture de Paris-Malaquais), Laboratoire Géométrie Structure et Architecture.

K. CHATZIS est maître de conférences à l'École des Ponts ParisTech et chercheur à l'Université Paris-Est (École des Ponts Paris Tech et Université de Marne-la-Vallée), Laboratoire Techniques, Territoires et Sociétés, Unité mixte de recherche CNRS 8134.